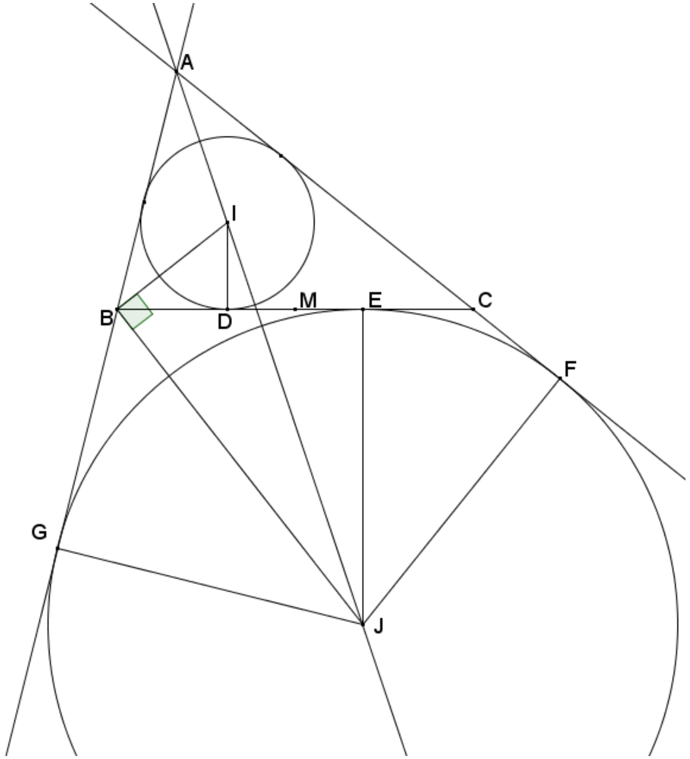
Problema n°810
Construir el triángulo cuyos datos son r, R_a, (b+c). (r, radio de la circunferencia inscrita; y R_a el de la exinscrita del ángulo A)
Santamaría, J. (2017):Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



Soit un triangle dont les côtés ont pour longueurs BC = a, CA = b et AB = c
On suppose sans perte de généralité que b > c et l'on pose b + c = d.
Le demi-périmètre est s = (a + b + c)/2 et l'aire du triangle ABC est S.
Soient D le point de contact du cercle inscrit de centre I sur le côté BC puis E,F et G les points de contact du cercle exinscrit de centre J dans le secteur de l'angle en A sur les trois côtés BC,CA et AB.
On a les relations bien connues* :
S = s.r, BD = CE = s – b , BE = s – c., AF = AG = s
D'où aire AFJG = 2 aire AFJ = s R_a = aire ABC + aire BCFJG = S + 2 aire BCJ =s.r + a.R_a
On en déduit (a + d).R_a = 2s.r + 2a.R_a = (a + d)r + 2a.R_a, soit : a= d(R_a – r)/ (R_a + r) et S = d.r.R_a/(R_a + r)
La hauteur h_a issue du sommet A dans le triangle ABC vaut alors h_a = r.R_a/(R_a – r)
On est ainsi ramené à la résolution du [problème n°803]

* voir par exemple https://www.awesomemath.org/wp-pdf-files/math-reflections/mr-2014-06/excircles.pdf