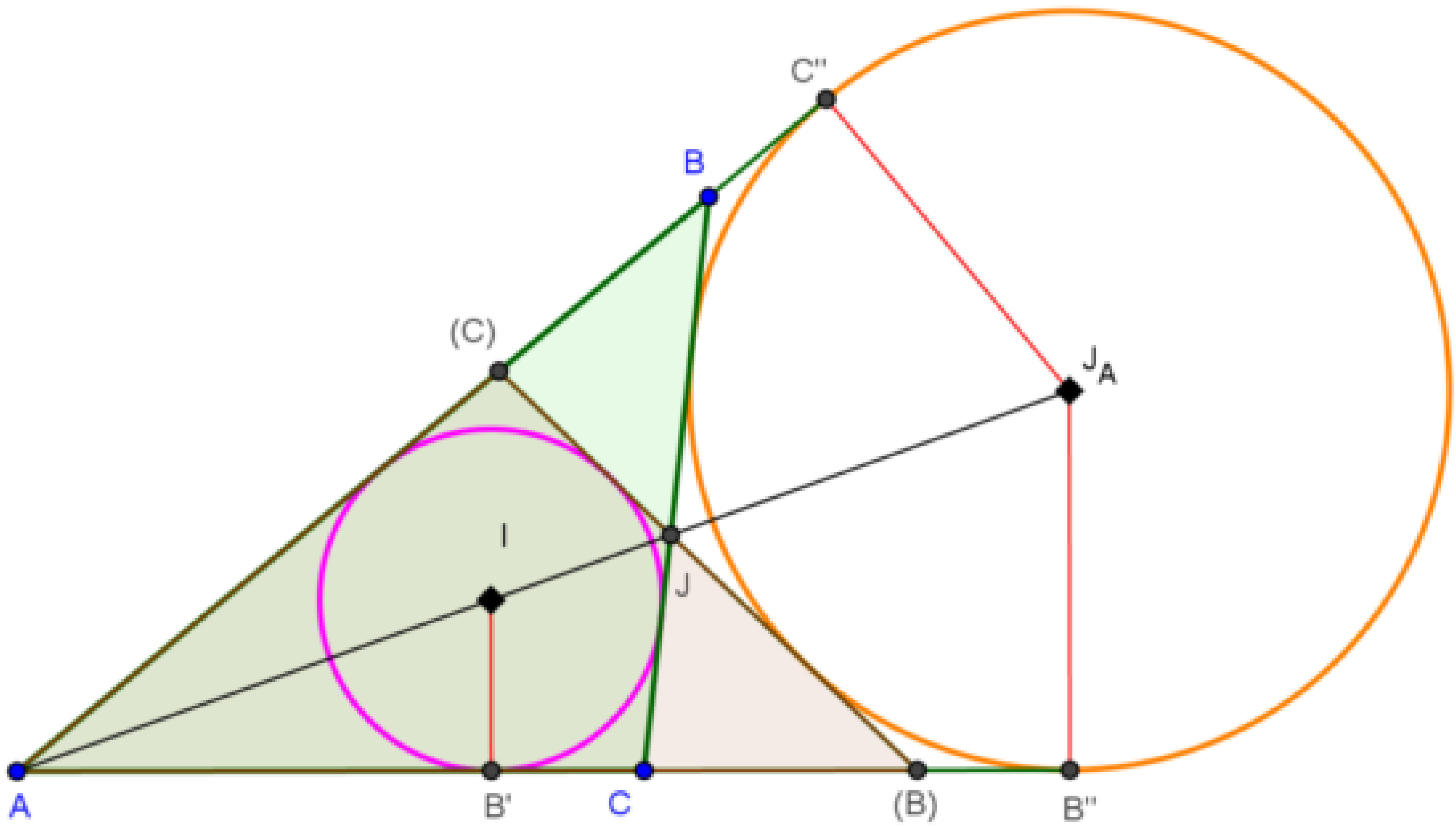
Quincena del 1 al 15 de Marzo de 2017.

Propuesto por Julián Santamaría Tobar

***Problema* 810.-** *Construir el triángulo cuyos datos son r, R_a, (b+c). (r, radio de la circunferencia inscrita; y R_a el de la exinscrita del ángulo A)*

Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



A partir de la conocida relación $\frac{R_a}{s} = \frac{r}{s-a}$ se pueden obtener, dos razones más iguales a éstas, a saber, $\frac{R_a+r}{b+c}$, en la que se conocen ambos miembros, y $\frac{R_a-r}{a}$.

Con ello se pueden construir, gracias al teorema de Thales, los segmentos a, s, y $s-a$.

Con ellos y los datos del problema construimos el triángulo rectángulo $AB''J_A$ que nos permite fijar la posición del incentro I y del ex-centro J_A, además de calcular el valor α, del ángulo en el vértice A.

Sean pues $AB' = s-a$; $AB'' = s$. El triángulo $AB''J_A$ quedará construido llevando en B' y B'', sobre sendas perpendiculares, los segmentos de longitudes r y R_a. El ángulo en A es $\frac{\alpha}{2}$. La recta simétrica de AB'' respecto de AI, bisectriz de A, es AC'', soporte del vértice B.

La circunferencia inscrita y la ex-crita son homotéticas: hay dos homotecias que transforman una en la otra. Uno de los centros de homotecia es el vértice A y el otro es el cuarto armónico de la terna (AIJ_A). Determinado el otro centro de homotecia J, bastará con trazar desde él las tangentes interiores a las dos circunferencias.

Se obtiene DOS soluciones al problema, simétricas respecto de la bisectriz de A. ■