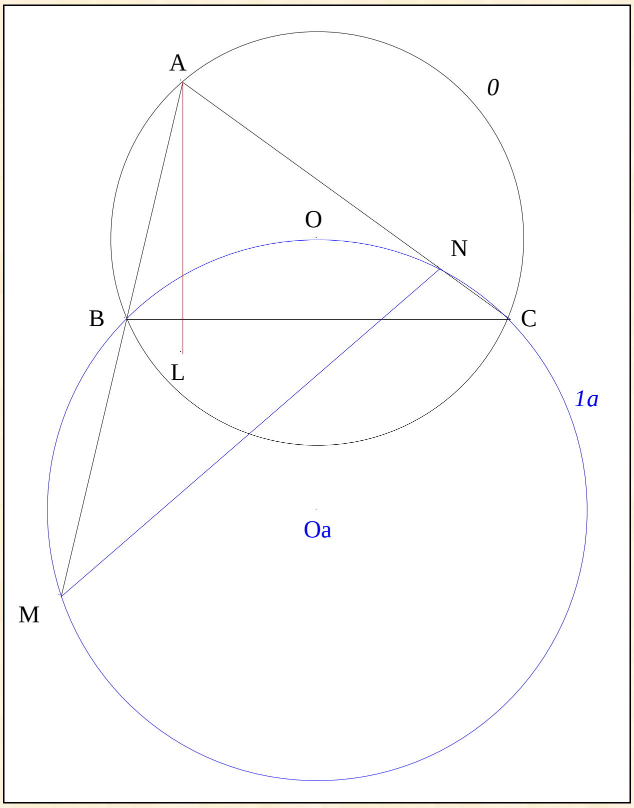
PROBLEMA 812 [1]

All-Russian MO 2000

VISION

Figure :

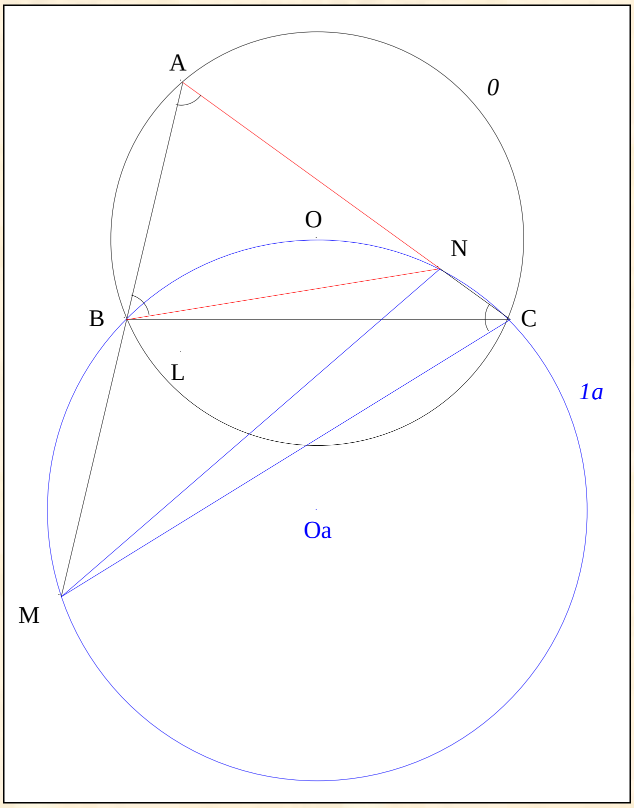


Traits : ABC un triangle A-isocèle,
0 le cercle circonscrit à ABC,
O le centre de *0*,
1a le cercle circonscrit au triangle BOC,
Oa le centre de *0a*,
M, N les points d'intersection de *0a* resp. avec (AB), (AC),
et L le symétrique de Oa par rapport à (MN).

Donné : (AL) est la A-hauteur de ABC.

VISUALISATION

1 Barroso R., Problema **812**, *Triangulos Cabri* ; http://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/
Ronda final de las olimpiadas rusas de 2000. Kazan 14-15 de abril
http://www.imomath.com/othercomp/Rus/RusMO00.pdf



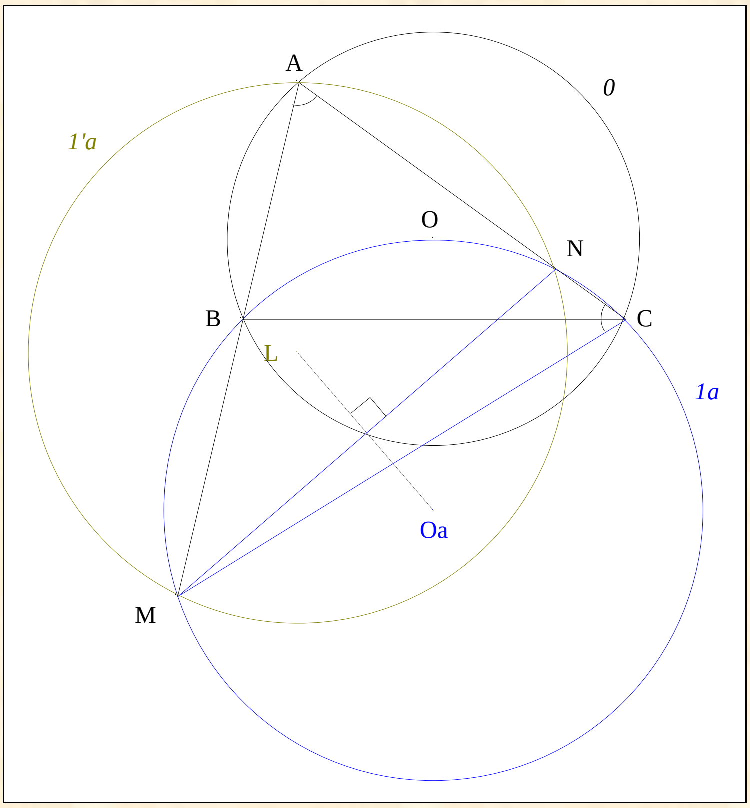
- D'après *Simplicity* **3**.[2] appliqué
  au triangle BNC et à son cercle circonscrit *1a*, le triangle NAB est N-isocèle.

- Une chasse angulaire ;

  * par une autre écriture, <MAN = <BAN
  * LAB étant L-isocèle, <BAN = <NBA
  * par "Angle de *0* et*1a*", <NBA = <ACM
  * par une autre écriture, <ACM = <NCM.

- **Conclusion partielle :** par transitivité de =, <MAN = <NCM.

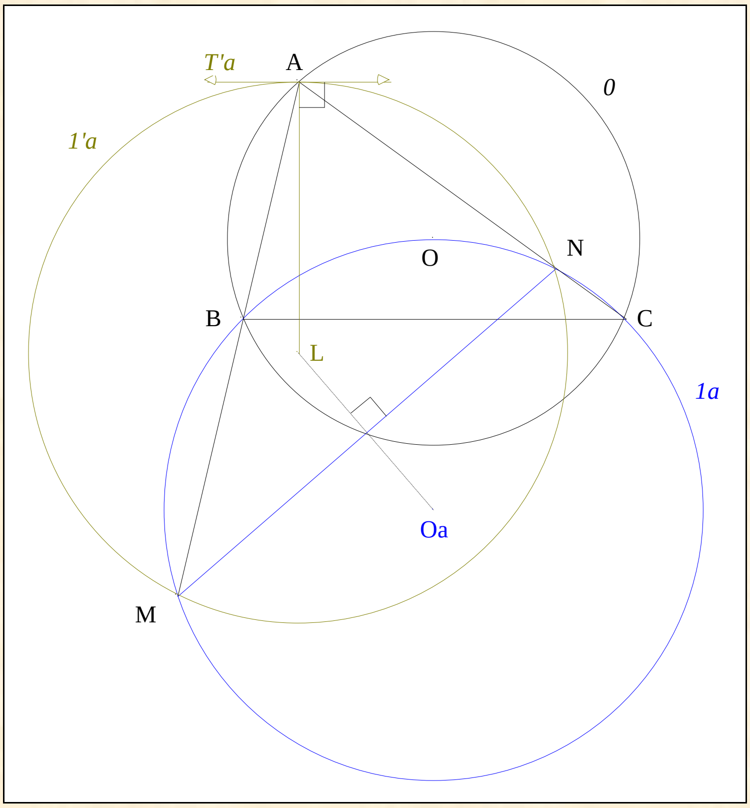
[2] Ayme J.-L., Un cercle passant par le centre d'un cercle **1**, G.G.G. vol. **36**, p. 9-10 ; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/



- Notons *1'a* le symétrique de *1a* par rapport à (MN).

- **Scolies :** **(1)** *1'a* passe par A

  (2) L est le centre de *1'a*.



- Notons *T'a* la tangente à *1'a* en A.

- Les cercles *1a* et *1'a*, les points de base M et N, les moniennes (BMA) et (CNA), conduisent au théorème **1** de Reim ; il s'en suit que (BC) // *T'a*.

- Par définition d'une tangente, *T'a* ⊥ (AL) ;
  en conséquence, (BC) ⊥ (AL).

- **Conclusion :** par symétrie de ⊥ , (AL) est la A-hauteur de ABC.