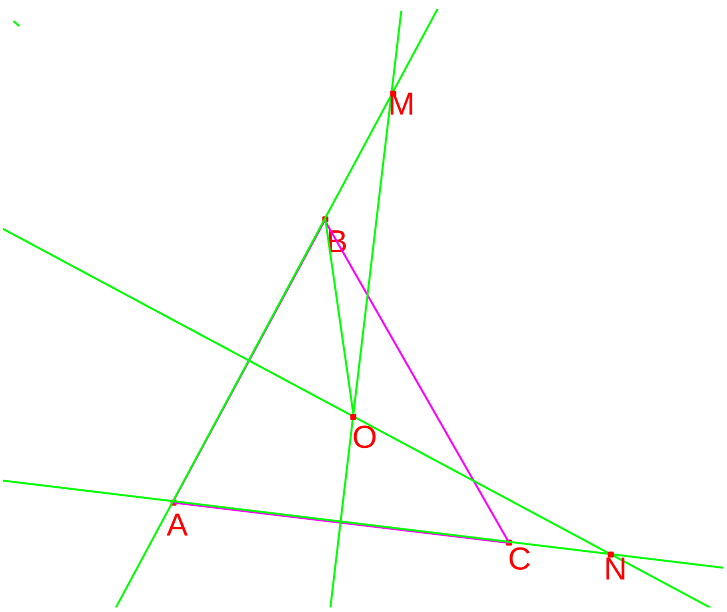
Problema 812

3.- Sea O el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC. Sea K el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo BOC, que interseca AB en M y a AC en N. El punto L es simétrico de K respecto a NM. Demostrar que AL es perpendicular a BC.

Ronda final de las olimpiadas rusas de 2000. Kazan 14-15 de abril.

http://www.imomath.com/othercomp/Rus/RusMO00.pdf

Solución del director



Sean ON y OM las mediatrices de AB y AC.

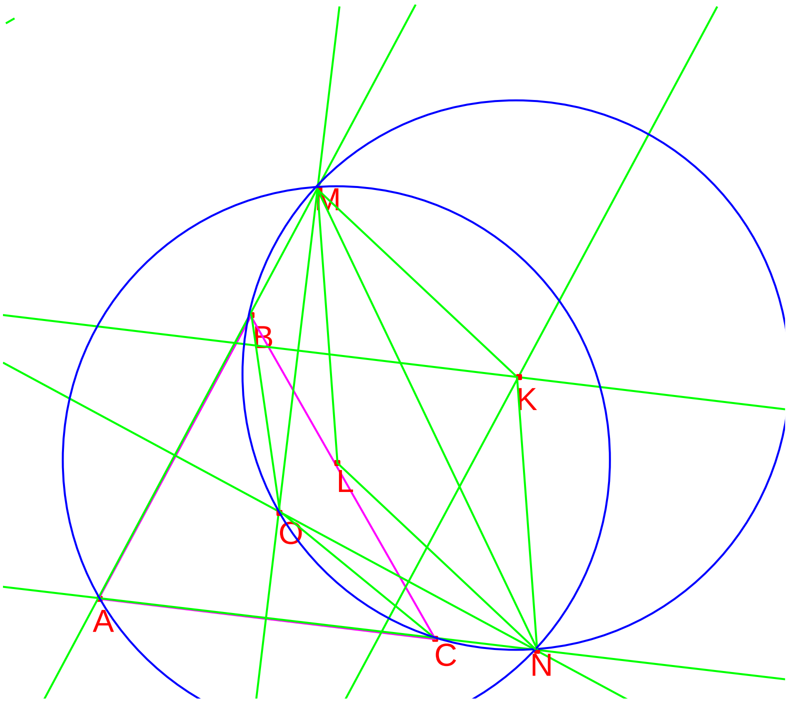
<BCO=<CBO=<BMO=<CON=90º-a. Por lo que OBMNC son concíclicos.

Además <MON=180º-a, Por lo que si T está en la circunferencia OBMNC en el arco contrario a O según la cuerda MN, es <MTN=a.

Luego la circunferencia simétrica de la OBMNC según MN pasa por A.

Sea K el centro de OBMNC. Es MKN=360-2a=2b+2c

Luego si L es el simétrico de K respecto a MN, es <MLN=2b+2c.



Además por ser BMNC concíclicos, es <BMN=180-<BCN=ACB=c, y <BNM=b.
Así es <ALM=2b, <ALN=2c, <LNA=<LAN=90º-c, <LMA=<LAM=90º-b.
Luego es AL perpendicular a BC, cqd.

Ricardo Barroso Campos
Jubilado.
Sevilla.