Problema 813.-
Construir el triángulo cuyos datos son $r_b, r_c \ \ y \ (b+c)$.

Santamaría, J (2017) Comunicación personal.

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

Sea la relación dada entre los radios, $\frac{r}{p-a} = \frac{r_a}{p}, \ siendo \ 2p = a+b+c$.
Por tanto, $\frac{r_a}{r} = \frac{p}{p-a} \ \ (I)$
Por otro lado, $S[ABC] = \sqrt{r\, r_a r_b r_c} = \mathrm{r_a(p-a)} \rightarrow \mathrm{r_b r_c} = \frac{\mathrm{r_a(p-a)^2}}{\mathrm{r}} = \mathrm{p(p-a)} \qquad \mathrm{(II)}$

De la igualdad (II), obtenemos:

$$4\mathrm{r_b r_c} = 2\mathrm{p}(2\mathrm{p}-2\mathrm{a}) \rightarrow 4\mathrm{r_b r_c} = (\mathrm{a+b+c})(-\mathrm{a+b+c})$$

$$(b+c)^2 - a^2 = 4r_b r_c \rightarrow a^2 = (b+c)^2 - 4r_b r_c \quad (III)$$

De la igualdad (III), construimos el lado $a = BC$ del triángulo rectángulo de hipotenusa, $b+c$ y como otro cateto, la media geométrica de los segmentos $2r_b \ y \ 2r_c$.
A partir de aquí, conocido el lado $a = BC$ ya resulta del todo trivial la construcción del triángulo ABC.
Veámoslo cómo es posible, sin más que conocer los siguientes datos del mismo.

Del triángulo ABC conocemos de partida, los datos $r_b, r_c \ \ y \ (b+c)$. A partir de aquí, hemos construido el lado *a.*
Por tanto, ya podemos conocer también $2p = a+b+c$ y los segmentos $p \ y \ p-a$. Así también podemos determinar los radios $r \ y \ r_a$.
Estos últimos datos hacen que podamos construir el triángulo ABC con los datos $r, r_a \ y \ (b+c)$, como ya se hizo en el P_810.