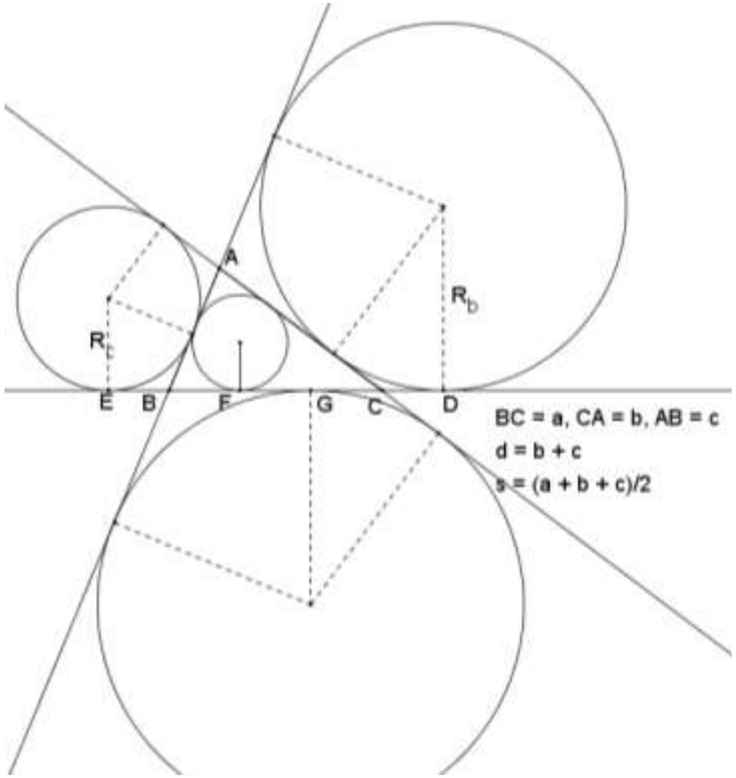
Problema n°813
Construir el triángulo cuyos datos son R_b, R_c, (b+c). (R_b y R_c los radios de la exinscritas de los ángulos B y C)
Santamaría, J. (2017):Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



Soit un triangle dont les côtés ont pour longueurs BC = a, CA = b et AB = c
On suppose sans perte de généralité que b > c et l'on pose b + c = d.
Le demi-périmètre est s = (a + b + c)/2 = (d + a)/2.D'où s – a = (d – a)/2
Les rayons R_b et R_c des cercles exinscrits contenus dans les secteurs angulaires de B et de C s'expriment à partir de a,b,c,d et s selon les formules* bien connues:

$R_b = \sqrt{\dfrac{s(s-a)(s-c)}{s-b}}$ et $R_c = \sqrt{\dfrac{s(s-a)(s-b)}{s-c}}$

Il en résulte $R_b.R_c = s(s-a) = d^2 - a^2/4$.

D'où $a = \sqrt{d^2 - 4R_bR_c}$.

Connaissant les longueurs R_b, R_c et d = b + c, on sait construire à la règle et au compas la longueur a par le biais d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse vaut d et un côté de l'angle droit est égal à $2\sqrt{R_bR_c}$.

La contruction du triangle ABC en découle. On trace le côté BC = a. D er E étant respectivement les points de contact des deux cercles exinscrits avec la droite BC, on a BD = CD = s. D'où les points D et E qui permettent de tracer les centres des deux cercles puis les deux cercles eux-mêmes. Les côtés BA et CA sont alors les tangentes à ces deux cercles.

*voir par exemple [Incircle and excircles of a triangle]