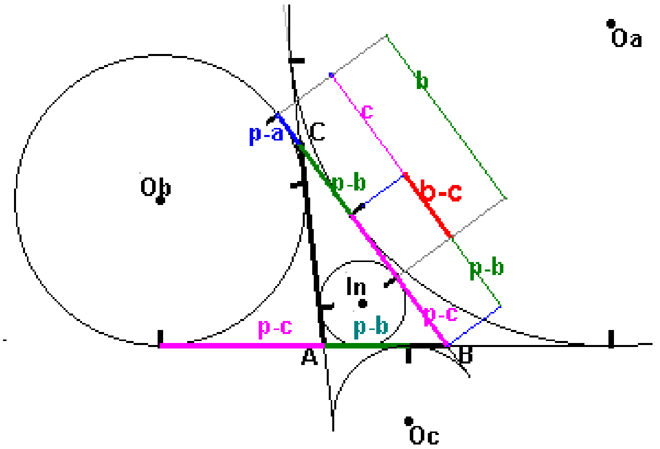
Problema 814
Construir el triángulo cuyos datos son Rb, Rc, (b-c). (Rb y Rc los radios de la exinscritas de los ángulos B y C)
Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.

Resuelto por JULIÁN SANTAMARÍA TOBAR profesor de Dibujo del IES La Serna de Fuenlabrada

El problema se va a resolver por dos métodos.

Primer método

Transformación de los datos del enunciado en otros equivalentes: Rb,Rc,(b-c) = (p-b),(p-c),Rb.



Análisis del problema resuelto.

Partiendo de las formulas de la superficie, se obtiene la relación de los radios:

Rb . (p-b) = Rc . (p-c) =>

Rb / Rc = (p-c) / (p-b)

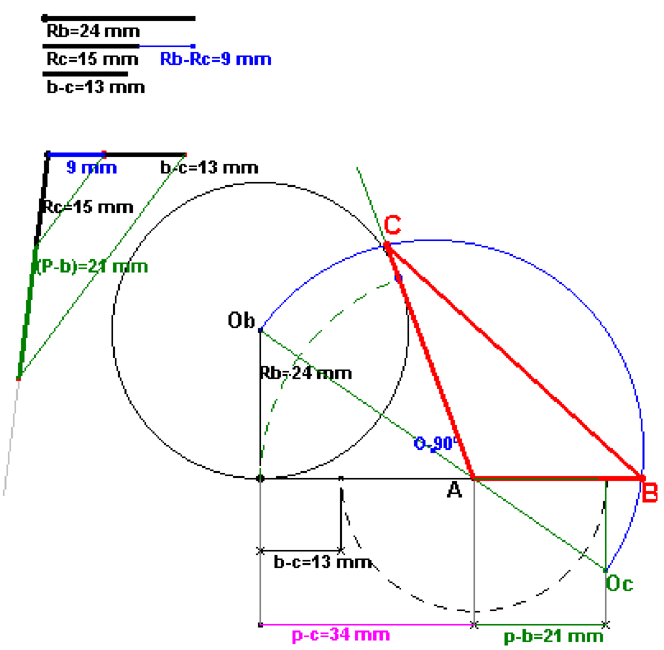
Como (b-c) es un dato equivalente de la pareja de datos (p-c) y (p-b), se deduce que el valor de (b-c) = [(p-c)-(p-b)] y se puede obtener el valor real de (p-b):

(b-c) / (p-b) = [(p-c)-(p-b)] / (p-b) =>

(b-c) / (p-b) = (Rb-Rc) / Rc

En base a esta igualdad, se obtiene el segmento (p-b) mediante una cuarta proporcional. En la misma construcción del triángulo se obtiene (p-c) = (b-c) + (p-b), obteniendo la transformación de los datos del enunciado: Rb, Rc, (b-c) = (p-b), (p-c), Rb

Transformación de los datos Rb, Rc, (b-c) y resolución de triángulo (p-b), (p-c), Rb



Como se ha dicho, el segmento (p-b) se obtiene con una cuarta proporcional mediante la siguiente igualdad:

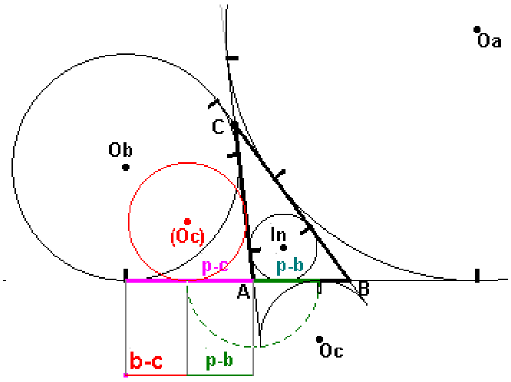
(b-c) / (p-b) = (Rb-Rc) / Rc

En la resolución del triángulo, se fija el vértice A, a la derecha se sitúa el segmento (p-b) que es la distancia entre el vértice A y el punto de tangencia de la exinscrita del vértice C, a la izquierda se sitúa el segmento (p-c), [se obtiene con una suma: (p-c) = (b-c) + (p-b)], el segmento (p-c) corresponde a la distancia del vértice A al punto de tangencia de la exinscrita del vértice B.

Se dibuja la circunferencia exinscrita del vértice B, y se traza la tangente desde el vértice A, a esta circunferencia, para obtener el ángulo A. Se traza la bisectriz exterior del vértice A y sobre ésta se sitúa el centro Oc de la otra circunferencia exinscrita.

Por último los vértices C y B se hallan mediante un arco capaz de 90º del segmento formado por los centros hallados de las circunferencias exinscritas, porque las dos bisectrices que parten de cada uno de estos vértices, son perpendiculares, y pasan por estos centros.

Segundo método Aplicación de una simetría central.

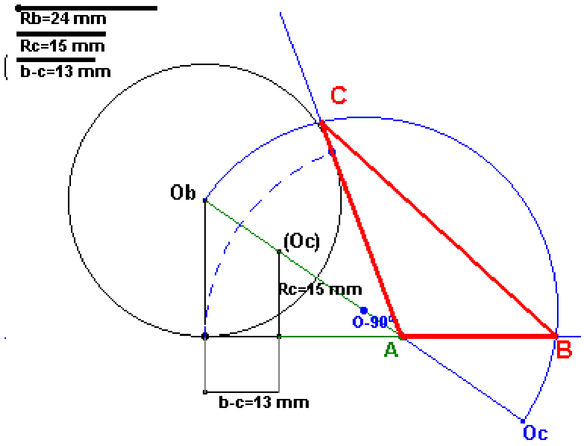


Sobre el problema resuelto, al realizar el círculo (Oc) simétrico, respecto del centro de simetría A, del círculo exinscrito Oc, se puede comprobar lo siguiente:

1. El segmento tangente exterior al círculo exinscrito del vértice B (cuyo centro es Ob), y al círculo de centro (Oc), tiene una longitud de (b-c).
2. La recta formada por los centros Ob y (Oc), pasa por el vértice A puesto que es la bisectriz exterior de este ángulo A.

Como se puede apreciar en el problema resuelto se obtiene directamente los segmentos (p-b) y (p-c) sin necesidad de utilizar la cuarta proporcional.

Resolución de triángulo



Se fija el segmento (b-c) y en ambos extremos se dibuja los centros Ob y (Oc) de los círculos de radios Rb y Rc tangentes al segmento en el mismo semiplano. Se taza la recta que pasa por estos centros Ob y (Oc) y se obtiene el vértice A, puesto que es la bisectriz exterior de este ángulo A. Desde este punto A se traza la otra tangente al círculo exinscrito de centro Ob para obtener el ángulo A. Se halla el centro del circulo exinscrito Oc, que es el simétrico, respecto del centro de simetría A, del centro dibujado (Oc).

Por último, como en la resolución del primer método, los vértices C y B se hallan con un arco capaz de 90º.