Problema 815

14.- Medianas multicolores

Érase una vez un triángulo ABC cuyas medianas BM y CN eran perpendiculares. Cada uno de sus tres lados era también el lado de un cuadrado exterior al triángulo. Estos cuadrados estaban coloreados respectivamente, de azul, rosa y amarillo, dependiendo de si su base era BC, CA o AB. ¿Cuántos cuadrados azules se necesitarán para obtener una superficie igual a la de los cuadrados rosa y amarillo juntos?

Tu turno:

Berrondo- Agrell, M. (2006): 100 enigmas de geometría (pag. 100)

Solución del director:

Siendo G el baricentro, BGC es un triángulo rectángulo.

BG=2/3 BM=2/3 $\left(\frac{\sqrt{2(a^2+c^2)-b^2}}{2}\right) = \frac{1}{3}\sqrt{2(a^2+c^2)-b^2}$

CG=2/3 CN=2/3$\left(\frac{\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}}{2}\right) = \frac{1}{3}\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}$

Así debe ser por Pitágoras,

$$\frac{1}{9}(2(a^2+c^2)-b^2)+\frac{1}{9}(2(a^2+b^2)-c^2)=a^2$$

De donde se obtiene que

$$b^2+c^2=5a^2$$

Siendo 5 la respuesta solicitada.

¿cómo construir tal triángulo?

Tomemos un segmento BC.

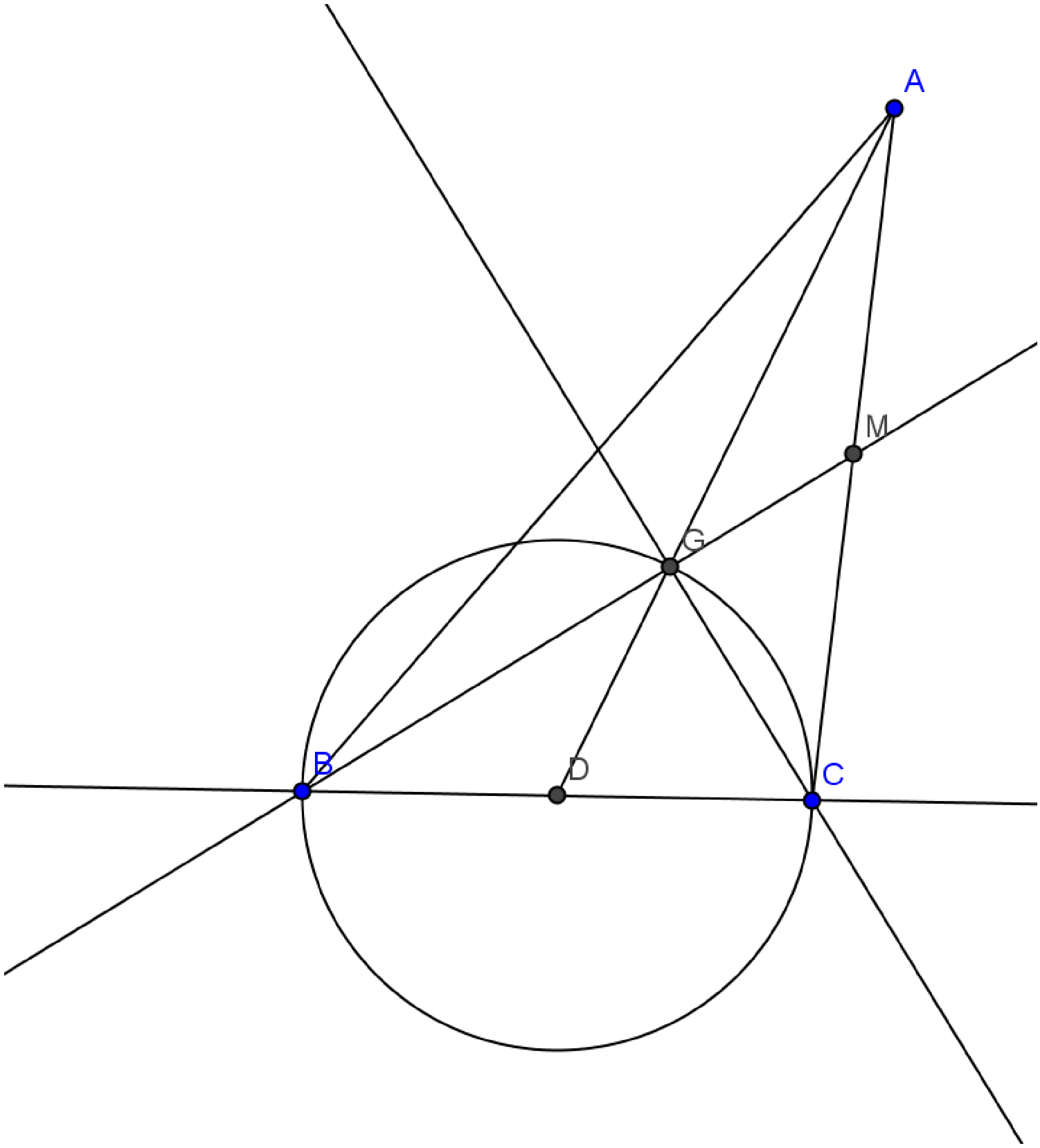
Tracemos la circunferencia de diámetro BC.

Tomemos un punto de la misma como G.

Prolonguemos BG siendo BM=3/2 BG

Unamos C con M y tomemos CA=2CM.

A es el tercer vértice del triángulo.



Ricardo Barroso Campos.

Jubilado.

Sevilla.

España.