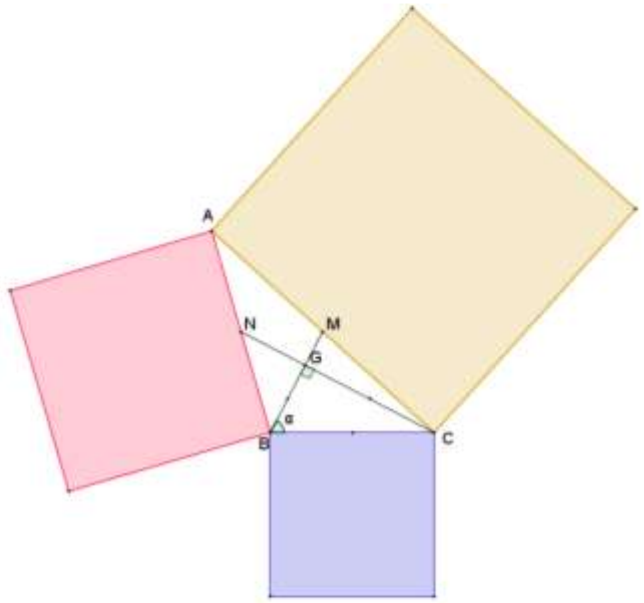
**Problema n° 815**
14.- Medianas multicolores
Érase una vez un triángulo ABC cuyas medianas BM y CN eran perpendiculares. Cada uno de sus tres lados era también el lado de un cuadrado exterior al triángulo. Estos cuadrados estaban coloreados respectivamente, de azul, rosa y amarillo, dependiendo de si su base era BC, CA o AB. ¿Cuántos cuadrados azules se necesitarán para obtener una superficie igual a la de los cuadrados rosa y amarillo juntos?
Tu turno: Berrondo- Agrell, M. (2006): 100 enigmas de geometría (pag. 100**)**.

**Solution proposée par Philippe Fondanaiche**




**Réponse: la somme des aires des carrés de couleurs "touge" et "jaune" vaut cinq fois l'aire du carré bleu**
On pose BC = a, CA = b et AB = c.
Le rapport de la somme des aires des carrés de couleurs "touge" et "jaune" à l'aire du carré bleu vaut donc $( b^2 + c^2)/a^2$
Soient G le centre le gravité du triangle ABC et $\alpha$ = angle(CBG).
Comme le triangle BCG est rectangle en G, on a les relations $BG = a.\cos(\alpha)$ et $CG = a.\sin(\alpha)$.
D'où $BM = 3BG/2 = 3a.\cos(\alpha)/2$ et $CM= 3a.\sin(\alpha)/2$.
Or on a les relations bien connues donnant les longueurs des médianes d'un triangle en fonction des longueurs des côtés: $2BM^2 = a^2 + c^2 - b^2/2$ et $2CN^2 = a^2 + b^2 - c^2/2$.
D'où
$BM^2 + CN^2 = [a^2 + c^2 - b^2/2 + a^2 + b^2 - c^2/2]/2$
soit $BM^2 + CN^2 = a^2 + b^2/4 + c^24$
Par ailleurs
$BM^2 + CN^2 = 9a^2(\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha))/4=9a^2/4$
Il en résulte: $\mathbf{5a^2 = b^2 + c^2}$. Cqfd