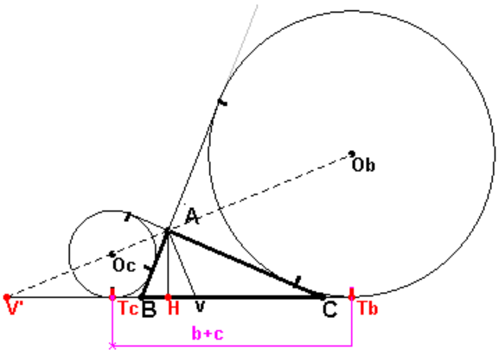
Problema 816
Construir el triángulo cuyos datos son ha, va, b+c. (va es la bisectriz interna del ángulo A)
Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.

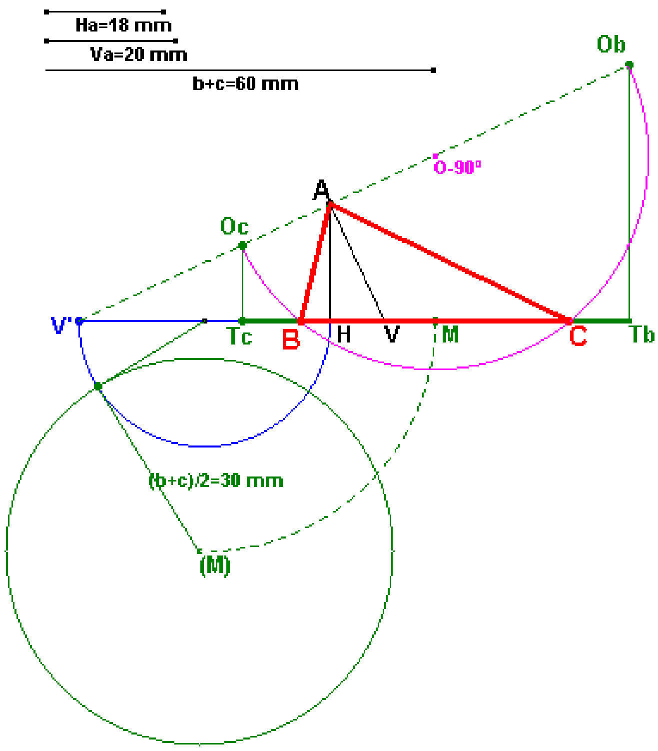
Resuelto por JULIÁN SANTAMARÍA TOBAR profesor de Dibujo del IES La Serna de Fuenlabrada

La resolución del problema está basada en una cuaterna armónica.



Dos circunferencias y sus centros de homotecia forman una cuaterna armónica. En un triángulo el vértice A y el pie V’ de su bisectriz exterior son los centros de homotecia de las circunferencias exinscritas de los vértices B y C. Al proyectar la cuaterna armónica V’-A-Oc-Ob en el lado a, resulta la cuaterna V’-H-Tc-Tb. Los puntos H y V’ son los pies de la altura y la bisectriz exterior del ángulo A, Tc y Tb son los puntos de tangencia las circunferencias exinscritas de los vértices B y C, cuya distancia es (b+c)

<u>Resolución del ejercicio</u>



Después de dibujar el triángulo rectángulo AHV con la altura Ha como cateto y la bisectriz Va como hipotenusa, se dibuja la bisectriz exterior de este vértice A. Los pies V’ y H de la bisectriz exterior y el de la altura del vértice A, son dos puntos de la cuaterna armónica. Los otros dos puntos de la cuaterna son los puntos de tangencia Tc y Tb de las circunferencias exinscritas de los vértices C y B, y están situados a una distancia de (b+c).
Teniendo en cuenta que al cortar dos circunferencias ortogonales por una recta que pase por sus centros, los cuatro puntos de intersección forman una cuaterna armónica, se encaja el segmento Tc-Tb mediante una circunferencia de diámetro (b+c) ortogonal a la de diámetro V’H y para ello se utiliza un giro. Después de obtener los puntos de tangencia Tc y Tb se hallan sus centros Oc y Ob.
Por último los vértices B y C se hallan mediante un arco capaz de 90º del segmento formado por los centros hallados de las circunferencias exinscritas, porque las dos bisectrices que parten de cada uno de estos vértices, son perpendiculares, y pasan por estos centros.