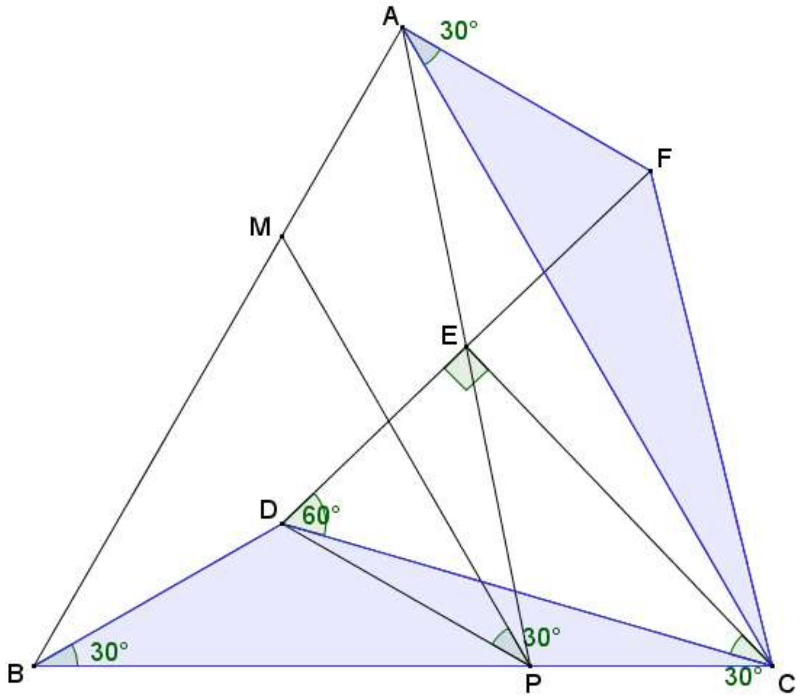
Problema n° 818
Una recta paralela al lado AC de un triángulo equilátero ABC interseca a AB en M y a BC en P, construyendo el triángulo equiátero BMP.
Sea D el centro de BMP(incentro, ortocentro,...) y E el punto medio de AP. Determina los ángulos del triángulo CDE.
Honsberger, R. (1997): In Pólya's Footsteps (Dolciani Mathematical Expositions Number 19)(MAA)(p. 125)

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



Dans son ouvrage R.Honsberger donne une solution analytique. On trouvera ci-après une solution géométrique simple.
Soit F le point symétrique de D par rapport à E.Le quadrilatère ADPF est donc un parallélogramme dont les diagonales AP et DF se coupent en leurs milieux.Il en résulte
1) AF = DP = BD
2) les droites AF et DP sont parallèles. Comme par construction les droites AC et MP sont parallèles, on a $\angle$CAF = $\angle$DPM = 30°.
Les triangles BDC et AFC sont alors isométriques avec un même angle de 30° entre des côtés deux à deux égaux (AF = BD et AC = BC).
D'où $\angle$BCD = $\angle$ACF et CD = CF, ce qui entraine $\angle$DCF = 60° ==> CDF est équilatéral et $\angle$CDE = 60°, $\angle$CED = 90°, $\angle$DCE = 30°.