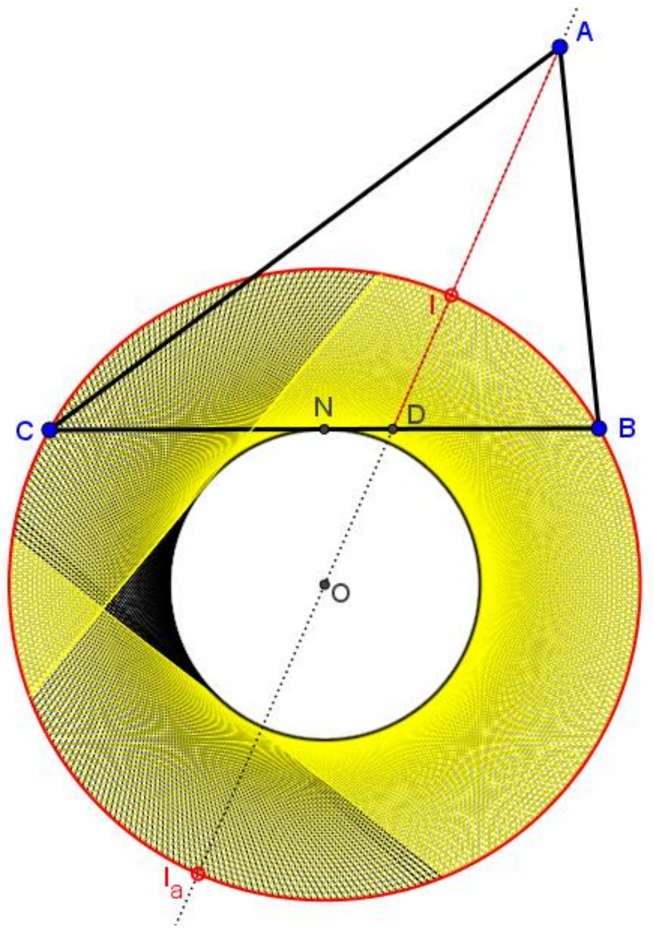
Problema 826.-
Construir el triángulo cuyos datos son $w_a, a, b+c$, siendo w_a la bisectriz interna.

Propuesto por Julián Santamaría Tobar.

$Petersen, J.$ (1901): $Méthodes\ et\ théories\ pour\ la\ résolution\ des\ problémes\ de\ constructions\ géomètriques.$
$Gauthier - Villars$ (116), $p.$ 21.

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

Supongamos resuelto el problema y realizada la construcción solicitada.
Por el Teorema de la bisectriz, tenemos que: $\frac{b}{CD} = \frac{c}{BD} = \frac{b+c}{a} \rightarrow \frac{BA}{BD} = \frac{CA}{CD} = \frac{b+c}{a}$
Esto significa que B y C pertenecen a la Circunferencia de Apolonio respecto del segmento AD. Es decir, B y C pertenecen al Lugar Geométrico de los puntos del plano cuyo cociente de distancias a dos puntos fijos, A y D es igual a la razón $k = \frac{b+c}{a}$.



Por tanto, en primer lugar construimos este Lugar.

Este Lugar no es otro que la circunferencia de centro O y diámetro II_a, siendo I e I_a el incentro y el exincentro correspondiente al Vértice A del triángulo ABC.

Una vez determinados estos dos puntos, uno interior y otro exterior al segmento AD que verifican la relación $\frac{IA}{ID} = \frac{I_aA}{I_aD} = \frac{b+c}{a}$, tenemos que construir el segmento $BC = a$ como la cuerda de longitud $BC = a$ que es tangente a la circunferencia de centro O y radio $R = \frac{a}{2}$ y que pasa por el punto D, siendo N el punto medio del segmento BC.