Problema 828.-
Supongamos que M y N son los puntos de tangencia de la circunferencia inscrita con los lados BC y BA del triángulo ABC. Sea K el punto de intersección de la bisectriz del ángulo A con la recta MN. Demostrar que el ángulo AKC es recto.

Referencia desconocida.

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

Una vez realizada la construcción solicitada, observamos los siguientes hechos de interés:

H1.- Los puntos BMIN son concíclicos ya que $\measuredangle BMI = \measuredangle BNI = \frac{\pi}{2}$.

Por tanto, $\measuredangle MNI = \measuredangle MBI = \frac{1}{2}\measuredangle B$.

H2.- En el triángulo ANK, tenemos el valor de dos de sus ángulos,

$\measuredangle NAK = \frac{1}{2}\measuredangle A;\ \ \measuredangle ANK = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\measuredangle B \rightarrow \measuredangle NKA = \frac{1}{2}\measuredangle C$

H3.- Los puntos CMIP son concíclicos ya que $\measuredangle CPI = \measuredangle CMI = \frac{\pi}{2}$.

Como quiera que $\measuredangle MKI = \measuredangle NKA = \frac{1}{2}\measuredangle C \rightarrow K$ pertenece a la circunferencia circunscrita al cuadrilátero CMIP.

En definitiva, $\measuredangle IKC + \measuredangle IPC = \pi \rightarrow \measuredangle IKC = \frac{\pi}{2} \rightarrow \measuredangle AKC = \measuredangle IKC = \frac{\pi}{2}$, cqd ■