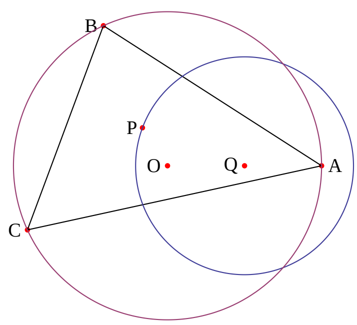
Pr. Cabri 831

Un triángulo tiene un vértice A fijo en una circunferencia y el lado BC opuesto de longitud constante, es una cuerda variable de dicha circunferencia.Hallar el lugar geométrico del centro de la circunferencia de los nueve puntos de dichos triángulos.
Ortega y Sala, M.(1940),Geometría.Tomo II (Complementos y ejercicios).Obra elegida para el ingreso en las Academias Militares.17 Edición.

- ### Solución
  ### por César Beade Franco

Suponemos que la circunferencia tiene centro O(0,0) y radio 1. Tomamos como vértices del triángulo A(1,0), B(Cost,Sent) y C(Cos(t+k), Sen(t+k)), donde el lado BC abarca un arco de k radianes.
En estas condiciones la circunferencia de los nueve puntos tiene como centro (1)
F $\left(\frac{1}{2}(1+\mathrm{Cos}[t]+\mathrm{Cos}[k+t]), \frac{1}{2}(\mathrm{Sin}[t]+\mathrm{Sin}[k+t])\right)$
Eliminando el parámetro t (1) obtenemos la ecuación implícita $4\left(x^2+y^2\right)=1+4x+2\,\mathrm{Cos}k$, que reordenando términos se puede escribir como $x^2 + y^2 - x = \frac{1+2\,\mathrm{Cos}k}{4}$ o $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \mathrm{Cos}^2\left(\frac{k}{2}\right)$, es decir una circunferencia de centro Q($\frac{1}{2}$, 0) y radio Cos $\left(\frac{k}{2}\right)$.
O en general, una circunferencia de centro el punto medio de OA y radio RCos $\left(\frac{k}{2}\right)$.

Out[300]=



(1) Los cáculos están hechos con el programa "*Mathematica*".