Problema 831 de *triánguloscabri*. *Un triángulo tiene un vértice A fijo en una circunferencia y el lado BC opuesto de longitud constante, es una cuerda variable de dicha circunferencia. Hallar el lugar geométrico del centro de la circunferencia de los nueve puntos de dichos triángulos.*

Ortega y Sala, M. (1940): Geometría. Tomo II (Complementos y ejercicios). Problema 54.

Solución por Francisco Javier García Capitán. Usamos números complejos. Si consideramos el triángulo inscrito en la circunferencia de radio unidad, los vértices del triángulo son afijos de tres números complejos a, b, c de módulo 1, el circuncentro O es el afijo del origen y y el ortocentro es afijo del número complejo $a + b + c$. Entonces el centro N de los nueve puntos, punto medio del circuncentro y el ortocentro es afijo del número complejo

$$n = \frac{1}{2}(a + b + c).$$

Cualquier otro triángulo $AB'C'$ inscrito en la misma circunferencia con $B'C' = BC$ puede considerarse de forma que $B'C'$ es el resultado de aplicar a BC un giro de centro el origen. Entonces será $b' = bw$ y $c' = cw$ para cierto número complejo w de módulo 1.

En consecuencia, el afijo del centro de los nueve puntos N' de $AB'C'$ es

$$n' = \frac{1}{2}(a + bw + cw) = \frac{a}{2} + \frac{b + c}{2}w,$$

es decir, N' está sobre una circunferencia de centro el punto medio Q de OA y radio la longitud del segmento que une O y el punto medio M de BC.