Problema 833

Construïu un triangle donats en posició B, C i H_a (peu de l'altura de A) i conegut $b+c$.

Proposat per Julián Santamaría tobar.

Solució Ricard Peiró i Estruch:

Podem suposar $c \geq b$.

Siga $d = b + c$, $m = \overline{BH_a} \geq \frac{a}{2}$.

$\overline{CH_a} = |a-m|$.

Aplicant el teorema de Pitàgores als triangles rectangles $\overset{\Delta}{AH_aB}$, $\overset{\Delta}{AH_aC}$:

$\overline{AH_a}^2 = c^2 - m^2$, $\overline{AH_a}^2 = b^2 - (a-m)^2$.

Igualant les expressions:

$c^2 - b^2 = a(2m-a)$.

$(c+b)(c-b) = a(2m-a)$:

$\begin{cases} c - b = \dfrac{a(2m-a)}{d} \\ b + c = d \end{cases}$. Sumant les dues expressions:

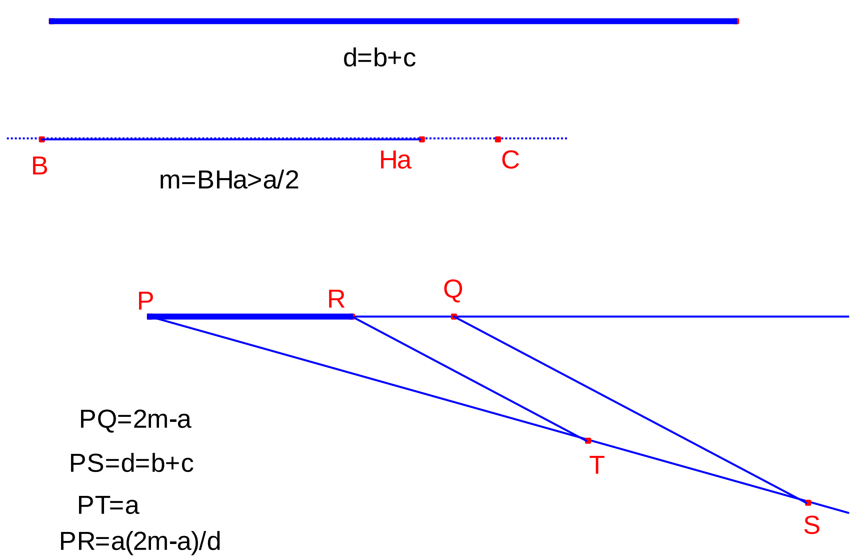
$2c = \dfrac{a(2m-a)}{d} + d$.

Siga $x = \dfrac{a(2m-a)}{d}$.

$\dfrac{x}{a} = \dfrac{2m-a}{d}$.

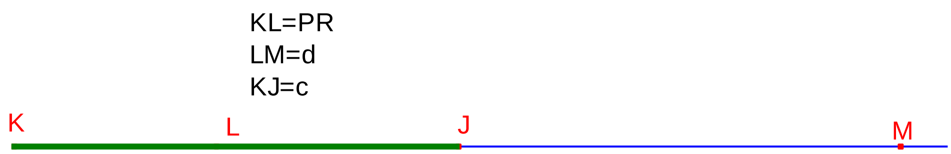
Passos de la construcció:

a) Construïm x com quart proporcional:

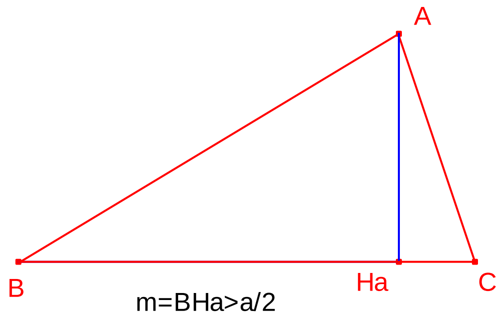


b) Construïm $\overline{KM} = x + d$

c) Construïm $c = \dfrac{\overline{KM}}{2}$



d) Dibuixem el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$

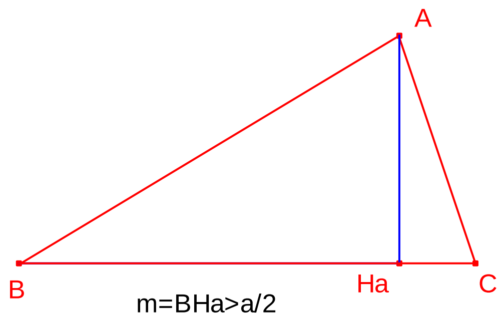


Problema:

Determineu el triangle coneguts $b + c = 9$, $a = 6$, $\overline{BH_a} = 5$.

$$2c = \frac{a(2m - a)}{d} + d.$$

$$c = \frac{35}{6},\ b = \frac{19}{6}.$$



a= 6,00 cm
c= 5,83 cm
b= 3,17 cm