Problema 833

Construir un triángulo dados en posición B, C y H_a (pie de la altura de A) y conocido $b+c$.

Prouesto oer Julián Santamaría Tobar.

Solución Ricard Peiró i Estruch:

Podemos suponer $c \geq b$. Sea $d = b + c$, $m = \overline{BH_a} \geq \frac{a}{2}$.

$\overline{CH_a} = |a - m|$.

Aplicando el teorema de Pitágoras a los triángulos rectángulos $\overset{\Delta}{AH_aB}$, $\overset{\Delta}{AH_aC}$:

$\overline{AH_a}^2 = c^2 - m^2$, $\overline{AH_a}^2 = b^2 - (a-m)^2$.

Igualando las expresiones:

$c^2 - b^2 = a(2m - a)$.

$(c+b)(c-b) = a(2m-a)$:

$\begin{cases} c - b = \dfrac{a(2m-a)}{d} \\ b + c = d \end{cases}$. Sumando las dos expresiones:

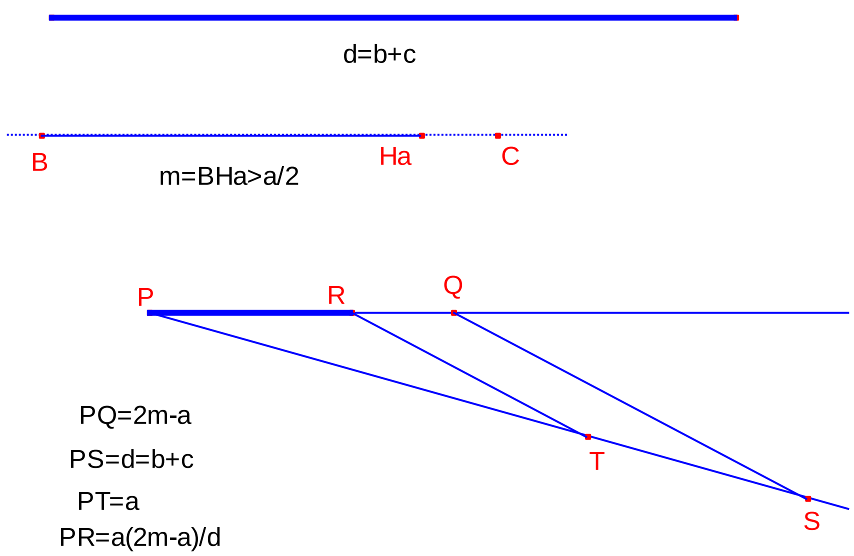
$2c = \dfrac{a(2m-a)}{d} + d$.

Sea $x = \dfrac{a(2m-a)}{d}$.

$\dfrac{x}{a} = \dfrac{2m-a}{d}$.

Pasos de la construcción:

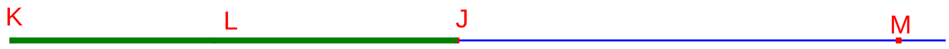
a) Construimos x como cuarto proporcional:



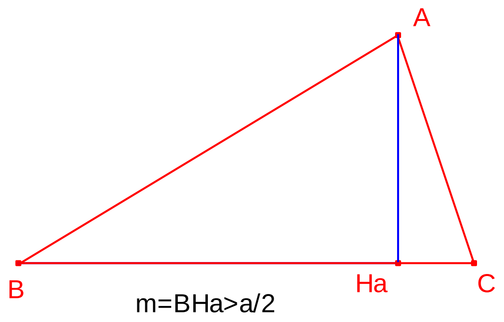
b) Construimos $\overline{KM} = x + d$

c) Construimos $c = \dfrac{\overline{KM}}{2}$

KL=PR
LM=d
KJ=c



d) Dibujamos el triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$

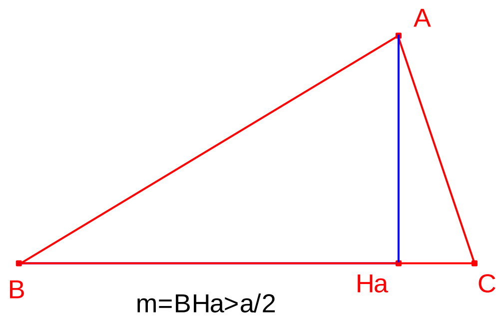


Problema:

Determina el triángulo conocidos $b + c = 9$, $a = 6$, $\overline{BH_a} = 5$.

$$2c = \frac{a(2m - a)}{d} + d.$$

$$c = \frac{35}{6}, \; b = \frac{19}{6}.$$



a= 6,00 cm
c= 5,83 cm
b= 3,17 cm