Problema 835.-

Ejercicio 4.

Un punto de concurso curioso.

Sean A' B' C' las proyecciones ortogonales de los vértices del triángulo ABC sobre una recta r.

Sea a la recta que contiene a A' y es perpendicular a BC

Sea b la recta que contiene a B' y es perpendicular a CA

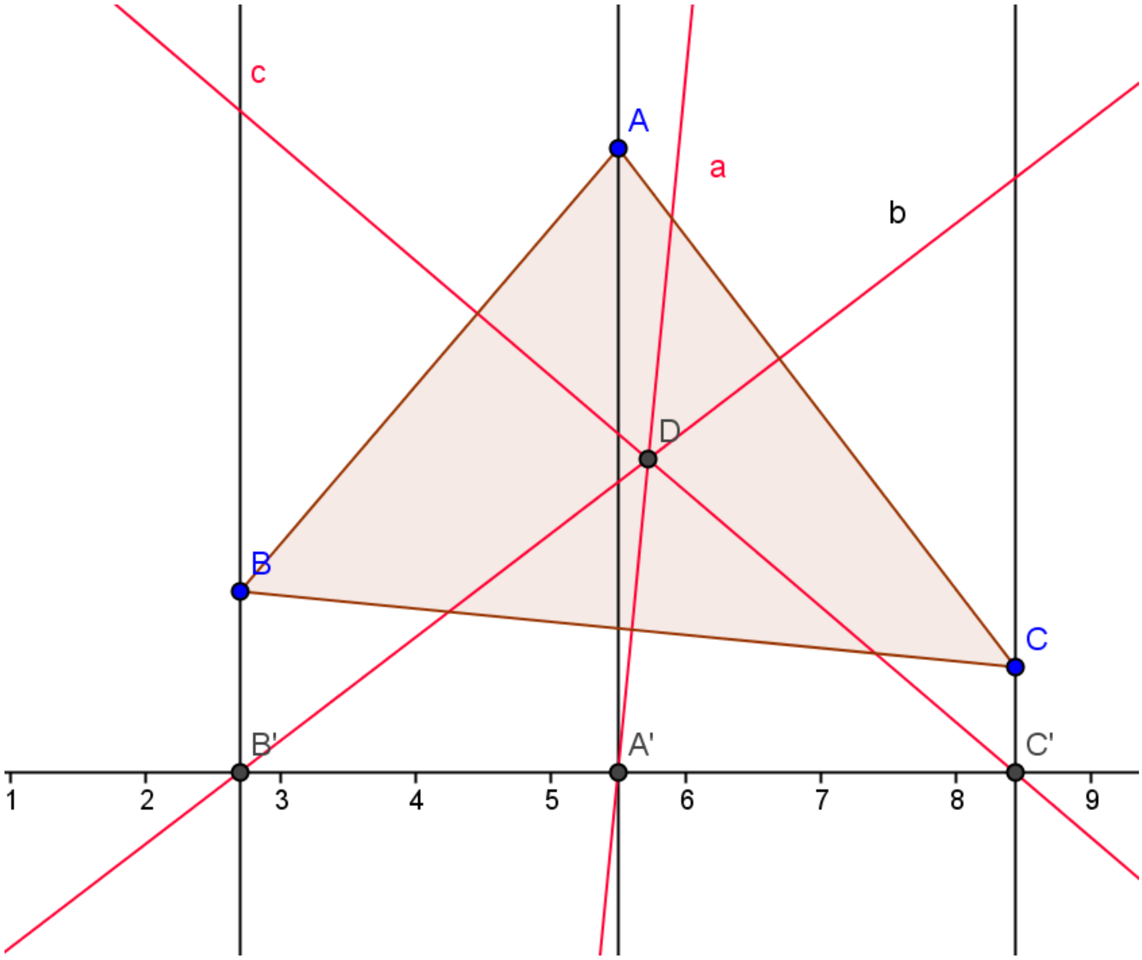
Sea c la recta que contiene a C' y es perpendicular a AB.

Demostrar que a, b y c son concurrentes.

Sortais, Y, y R. (2000): Géomètrie de l'espace et du plan. Hermann (pag 129)

El profesor Francisco Javier García Capitán señala que el punto es el "ortopolo". Agradezco la referencia.

Solución del director.



Sin pérdida de generalidad podemos suponer que

A(m,s) B(n,q), C(p,t) y r es el eje de las x, y=0.

Tenemos que A'(m,0), B'(n,0), C' (p,0).

Las rectas a, b y c que señala el problema tienen de ecuaciones:

a $y = \frac{p-m}{s-t}(x-n)$

b $y = \frac{p-n}{q-t}(x-m)$

c $y = \frac{q-s}{m-n}(x-p)$

Al hacer operaciones la intersección de a con b tiene de abcisa

$$x = \frac{mps - mpt - mns - npq + npt + mnq}{ps - ns + nt - pq + mq - mt}$$

Y la intersección de b con c, es idéntica, lo que nos comprueba lo pedido.

Si la recta r contiene a un lado, el punto de concurrencia es el ortocentro.

Si la recta r es perpendicular a un lado en un punto F, F es el punto de concurrencia

Ricardo Barroso Campos.

Jubilado. Sevilla.