Problema 835

Siguen A’ B’ C’ les projeccions ortogonals dels vèrtexs del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ sobre una recta r.

Siga a la recta que conté A’ i és perpendicular al costat $\overline{BC}$

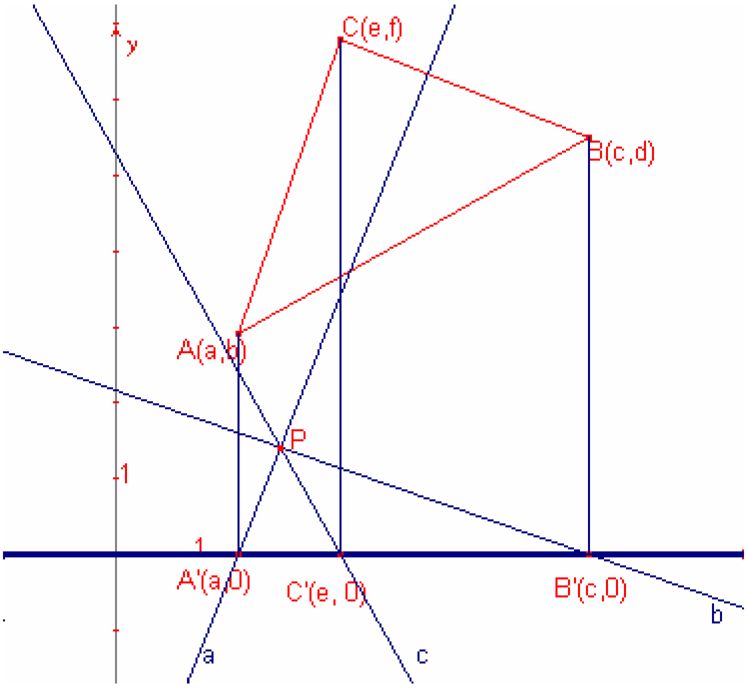
Siga b la recta que conté B’ i és perpendicular al costat $\overline{AC}$

Siga a la recta que conté C’ i és perpendicular al costat $\overline{AB}$

Demostreu que les rectes a, b, c son concurrents.

Sortais Y. i R. Géometrie de l’espace et du plan.

Solució de Ricard Peiró i Estruch.



Considerem la recta $r \equiv y = 0$.

Considerem el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ amb les següents coordenades: $A(a,b)$, $B(c,d)$, $C(e,f)$.

Les coordenades de A’, B’ i C’ són: $A'(a,0)$, $B'(c,0)$, $C'(e,0)$.

La recta que passa per B, C té pendent $\frac{d-f}{c-e}$.

L’equació de la recta a que passa per A’ i és perpendicular al costat $\overline{BC}$ té equació:

$$a \equiv y = -\frac{c-e}{d-f}(x-a).$$

Anàlogament,

L’equació de la recta a que passa per B’ i és perpendicular al costat $\overline{AC}$ té equació:

$$b \equiv y = -\frac{e-a}{f-b}(x-c).$$

L’equació de la recta a que passa per C’ i és perpendicular al costat $\overline{AB}$ té equació:

$$c \equiv y = -\frac{c-a}{d-b}(x-e).$$

Fent la intersecció les tres rectes s’intersecten en el punt:

$$P\left(\frac{-abc+abe-aef+abe-cde+cef}{ad-af-bc+be+cf-de}, \frac{a^2c-a^2e-ac^2+ae^2+c^2e-ce^2}{ad-af-bc+be+cf-de}\right).$$