Problema 835

Sean A' B' C' las proyecciones ortogonales de los vértices del triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$ sobre una recta r.

Sea a la recta que contiene A' y es perpendicular al lado $\overline{BC}$

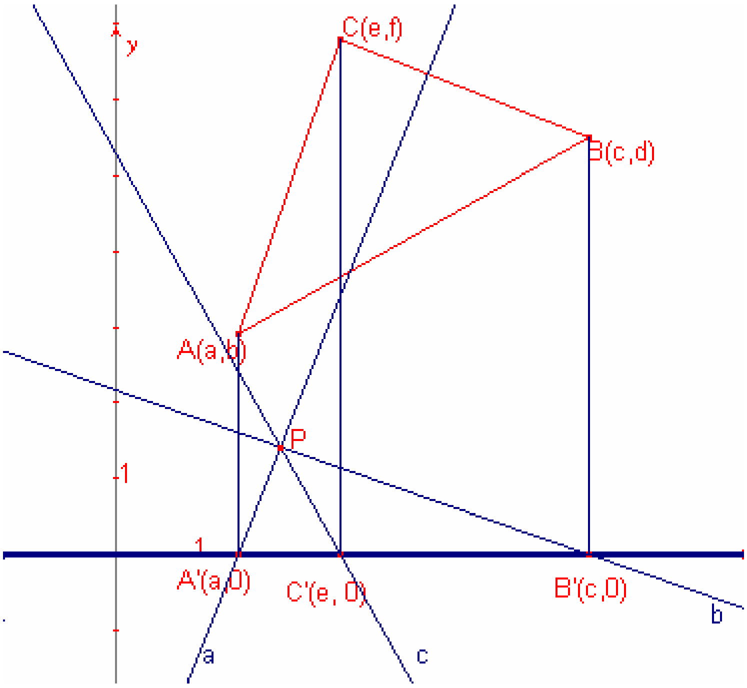
Sea b la recta que contiene B' y es perpendicular al lado $\overline{AC}$

Sea a la recta que contiene C' y es perpendicular al lado $\overline{AB}$

Demostrar que las rectes a, b, c son concurrents.

Sortais Y. i R. Géometrie de l'espace et du plan.

Solución de Ricard Peiró i Estruch.



Consideremos la recta $r \equiv y = 0$.

Consideremos el triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$ amb les següents coordenades: $A(a, b)$, $B(c, d)$, $C(e, f)$.

Las coordenadas de A', B' y C' son: $A'(a, 0)$, $B'(c, 0)$, $C'(e, 0)$.

La recta que passa per B, C tiene pendiente $\dfrac{d-f}{c-e}$.

La ecuación de la recta a que passa per A' y es perpendicular al lado $\overline{BC}$ tiene ecuación:

$$a \equiv y = -\frac{c-e}{d-f}(x-a).$$

Análogamente,

La ecuación de la recta a que pasa per B' y es perpendicular al lado $\overline{AC}$ tiene ecuación:

$$b \equiv y = -\frac{e-a}{f-b}(x-c).$$

La ecuación de la recta a que pasa per C' y es perpendicular al lado $\overline{AB}$ tiene ecuación:

$$c \equiv y = -\frac{c-a}{d-b}(x-e).$$

Haciendo la intersección las tres rectas se intersectan en el punto:

$$P\left(\frac{-abc+abe-aef+abe-cde+cef}{ad-af-bc+be+cf-de}, \frac{a^2c-a^2e-ac^2+ae^2+c^2e-ce^2}{ad-af-bc+be+cf-de}\right).$$