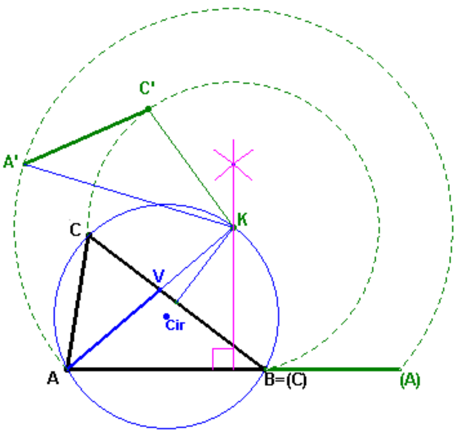
Problema 837

Construir el triángulo cuyos datos son el valor del ángulo A, la longitud de la bisectriz interior v_a, (b+c).

Resuelto por JULIÁN SANTAMARÍA TOBAR profesor de Dibujo del IES La Serna de Fuenlabrada

El problema se va a resolver por dos procedimientos, el primero se aplica un arco capaz y el segundo se obtienen parejas de datos equivalentes a los lados b y c. En ambos casos hay que hallar previamente el segmento AK comprendido desde el vértice A hasta el punto K de intersección de la bisectriz v_a con la circunferencia circunscrita.

Intersección K de la bisectriz v_a con la circunferencia circunscrita



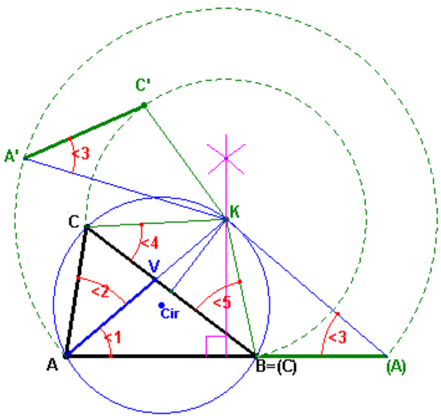
En el problema resuelto, el dato b+c se va a obtener girando el lado AC hasta alinearlo con el lado AB (girando el vértice C hasta hacerlo coincidir con el vértice B). Para visualizar este giro, se ha dibujado una posición intermedia del triángulo girado A'C'K.

El centro de giro, cuando una recta se transforma en otra está en la bisectriz y cuando el punto C se transforma en el B, el centro está en la mediatriz de BC, o sea, el centro de giro es el punto K de intersección de la bisectriz Va con la mediatriz de BC, pero este punto también pertenece a la circunferencia circunscrita.

Se conoce la posición del ángulo A, la bisectriz Va, y el segmento A(A) que mide b+c. El punto K está en la mediatriz de A(A) porque es centro del giro que relaciona el punto A con su transformado (A).

<u>Primer método, resolución mediante un arco capaz</u>

De forma esquemática se puede apreciar los ángulos cuyo valor es **A/2**:



<1 = <2 = A/2 por la bisectriz AK

<2 = <3 por relación de giro

<1 = <4 por compartir cuerda KB

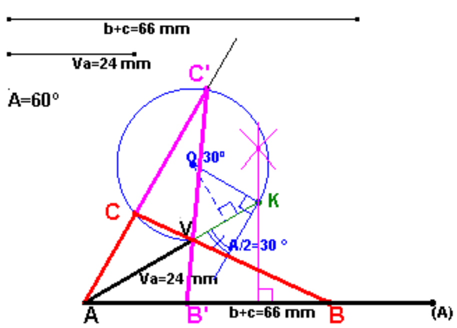
<2 = <5 por compartir cuerda KC

El vértice C se puede obtener mediante un arco capaz de A/2 del segmento VK.

Nota:

La mediatriz de A(A) realizada con el fin de obtener el centro de giro K, también se puede justificar por ser isósceles el triángulo AK(A)

<u>Resolución del ejercicio</u>

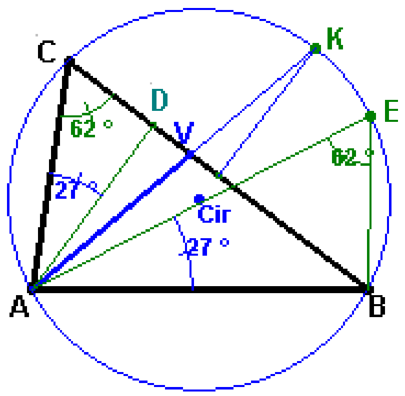


Se ha considerado que el valor del ángulo A es 60º.

Se dibuja el ángulo A con su bisectriz Va y el segmento A(A) que mide b+c. El punto K está en el punto de corte de la mediatriz de A(A) con la recta base de la bisectriz Va.

El arco capaz de A/2 del segmento VK, corta la recta base del lado b en el vértice C. Al unir C con el pie V de la bisectriz Va se obtiene el vértice B. Hay dos soluciones simétricas respecto de la bisectriz.

Segundo método, resolución basado en parejas de datos equivalentes a los lados b y c



En el triángulo resuelto, se hacen dos segmentos cualesquiera que forman el mismo ángulo con los lados b y c, (isogonales), y se forman los triángulos ACD y AEB. Como los ángulos ACD y AEB son iguales porque son inscritos y comparten la cuerda AB, los triángulos son semejantes y se pueden relacionar los lados del modo siguiente:

AB/AD = AE/AC => b . c = AD . AE

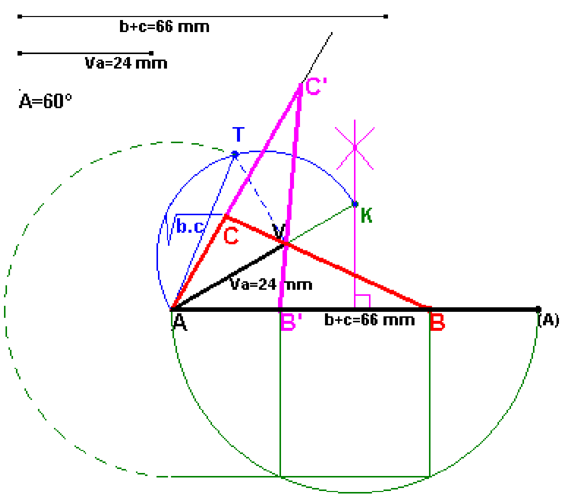
Si los ángulos CAD y EAB fueran A/2 se cumple:

b . c = AV . AK

Como AV y AK se conocen, se puede obtener el producto b.c

Las parejas de datos (b.c) y (b+c) son equivalentes a la pareja b y c.

Resolución del ejercicio



Como en el anterior método, se dibuja el ángulo A con su bisectriz Va y el segmento A(A) que mide b+c. El punto K está en el punto de corte de la mediatriz de A(A) con la recta base de la bisectriz Va.

Tomando los segmentos AV y AK, se aplica el teorema del cateto para hallar su media proporcional AT, que corresponde con el lado de un cuadrado cuya superficie es b.c

Con el producto b.c y el dato b+c, aplicando el teorema de las altura, se hallan los valores de b y c

Se reduce el problema a resolver un triángulo dados los tres lados.