Sobre el punto de Kariya.

Problema 861.-

1242 m. Sobre los radios ID, IE, IF que van al punto de contacto del círculo inscrito y de los lados BC, CA y AB, se toman distancias iguales ID', IE', IF'; las rectas que unen los puntos D', E', F' a los vértices opuestos A, B, C del triángulo, se cortan en un mismo punto, (Lemoine, Boutin, Retali, Kariya)

F.G.M. (1912) (Exercices de géométrie, comprenant l'exposé des méthodes géométriques et 2000 questions résolues)

Notas de FGM.

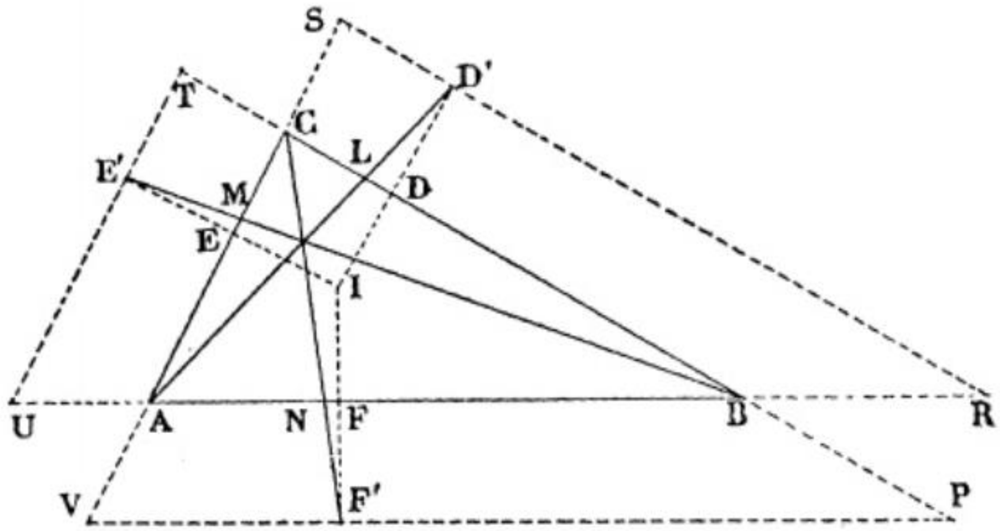
1º.- El enunciado anterior es de M. Kariya, de Tokio; pero el teorema no es nuevo pues es una parte de un teorema dado por MM Lemoine y Boutin quince años antes (1889-1890)

Esta cuestión, presentada aisladamente, proveniente de Japón (1904), ha suscitado numerosas notas, ver *Enseñanza de las Matemáticas* en 1904, pags 131, 236, 406 y en 1905, pag 44.

Entre las notas, demostraciones y extensiones provocadas por el artículo de M. Kariya, se pueden citar las de M. Barbarin, Demoulin, Hilton, Daniels, Franke, Faure, y , sobre todo, Cantoni, de Mantua.

La *Enseñanza de las Matemáticas* comienza en 1899, bajo la dirección de Laisant y Fehr.

2º La demostración elemental dada por M. Kariya es larga y poco elegante (Ver *Enseñanza de las Matemáticas,* tomo VI, 1904 o *Revista de Matemáticas* de Santiago de Chile , 1905,. P 139) . Un colaborador nos ha enviado la que damos aquí, y no deja nada que desear, como brevedad y simplicidad.



Por los puntos D’ E’ F’ llevamos las paralelas a los lados del triángulo ABC, los trapecios rectángulos F’PBF y RD’DB son iguales, pues BF=BD, FF’=DD’; y los ángulos DBR y FBP son iguales por ser opuestos por el vértice

Así, F’P=D’R , SD’=TE’ y E’U=F’V (1).

Además las concurrentes CV, CF’ , CP, cortadas por las paralelas AB y VP, dan lugar a

$\frac{AN}{BN} = \frac{VF'}{PF'}, \ \frac{BL}{CL} = \frac{RD'}{SD'}, \ \frac{CM}{MA} = \frac{TE'}{UE'}$ (2)

Multiplicando las igualdades (2) miembro a miembro, se tiene, considerando las igualdades (1):

$$\frac{AN\ BL\ CM}{BN\ CL\ MA} = \frac{VF'\ RD'\ \ TE'}{PF'\ SD'\ UE'} = 1$$

Así, pues AD’ BE’ CF’ son concurrentes.