



PROBLEMA 846 ¹

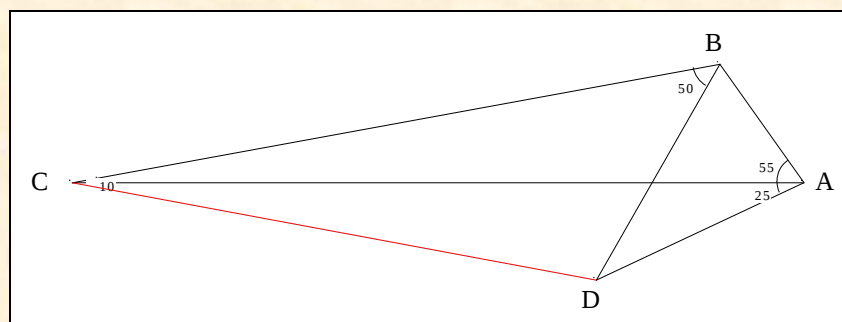
Propuesto

por

Stan Fulger

VISION

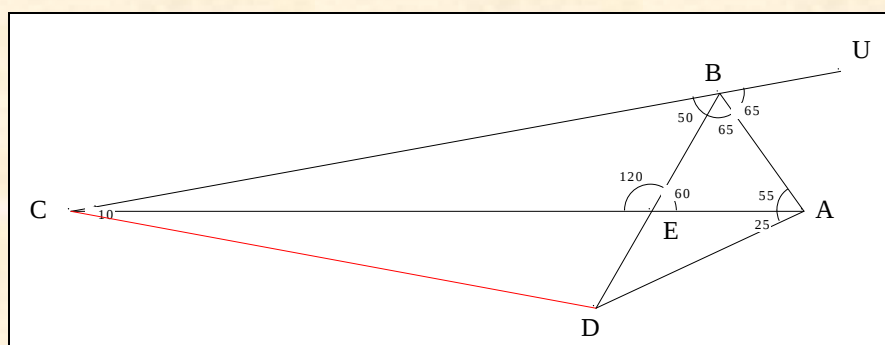
Figure :



Traits : ABC un triangle tel que $\angle ACB = 10^\circ$, $\angle BAC = 55^\circ$,
et D le point tel que $\angle CBD = 50^\circ$, $\angle CAD = 25^\circ$.

Donné : évaluer $\angle DCA$.

VISUALISATION ²



- Notons E le point d'intersection de (AC) et (BD),
 et U un point de (BC) tel que B soit entre C et U.

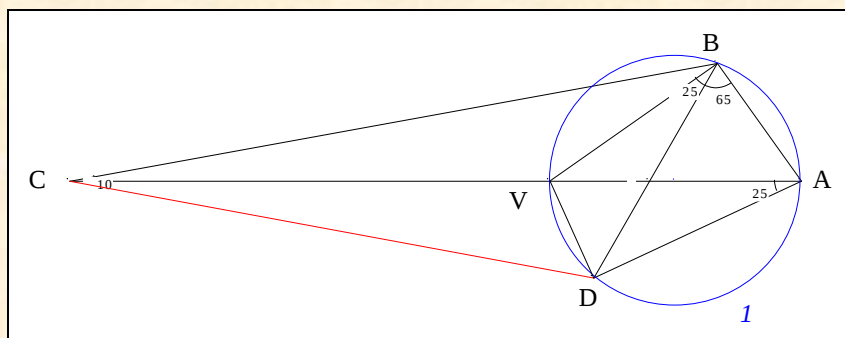
¹ Ricardo Barroso, Quincena del 1 al 15 de Septiembre de 2017 ; Problema 846 ; <http://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/>

² Ayme J.-L., G.G.G. vol. 38, Problema 846 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

- Une chasse angulaire :

- * d'après "Le théorème 180°" appliqué au triangle BCE, $\angle BEC = 120^\circ$
- * par "Angles supplémentaires", $\angle AEB = 60^\circ$
- * d'après "Le théorème 180°" appliqué au triangle ABE, $\angle EBA = 65^\circ$
- * par "Angles supplémentaires", $\angle ABU = 65^\circ$.

- **Conclusion partielle :** (BA) est la B-bissectrice extérieure de BCE.



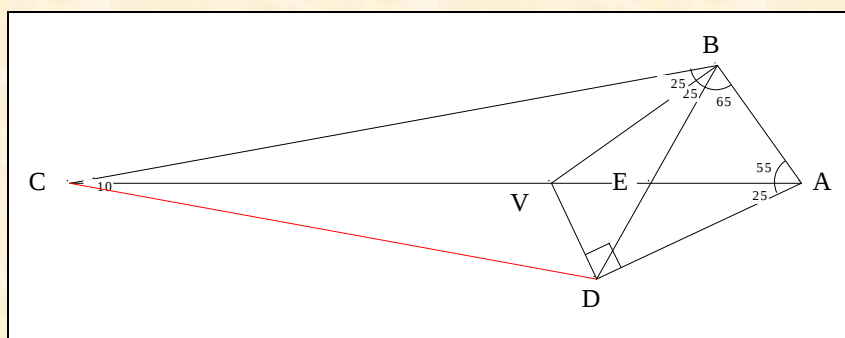
- Notons V le pied de la B-bissectrice intérieure de BCE.

- **Scolies :**
 - (1) $\angle VBD = \angle VAD (= 25^\circ)$
 - (2) $\angle VBA = 90^\circ$.

- **Conclusion partielle :** d'après "Le théorème de l'angle inscrit", A, B, D et V sont cocycliques.

- Notons 1 ce cercle de diamètre [AV].

- D'après Thales "Triangle inscritible dans un demi-cercle", $\angle ADV = 90^\circ$.



- Une chasse harmonique :

- * d'après Euclide d'Alexandrie, le quaterne (C, E, V, A) est harmonique
- * en conséquence, le pinceau (D ; C, V, E, A) est harmonique

- D'après Apollonius de Perge ³,
ce dernier ayant deux rayons perpendiculaires, (DV) est la D-bissectrice intérieure de BCD.

- D'après Pythagore de Samos, V est le centre de BCD.

³ Apollonius de Perge, *Plane Loci*, Livre 2

- **Conclusion :** (CE) étant la C-bissectrice intérieure de BCE, $\angle DCA = 10^\circ$.