

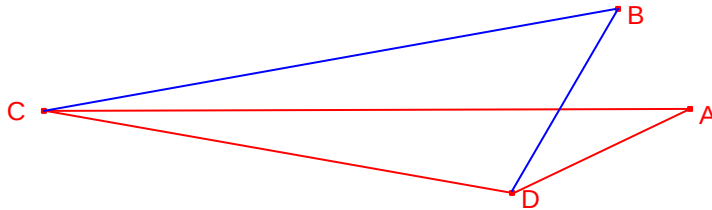
Problema 846

Problema 846

Sea un triángulo ACD. Tomemos un punto B exterior al mismo. Tenemos que:

$$\angle ACB=10^\circ, \angle BAC=55^\circ, \angle CBD=50^\circ, \angle CAD=25^\circ.$$

Hallar $\angle ACD$



Solución de Ricard Peiró i Estruch:

Sea $x = \angle ACD$.

Aplicando el teorema de los senos al triángulo $\triangle BCD$:

$$\frac{\overline{BD}}{\sin(10^\circ+x)} = \frac{\overline{CD}}{\sin 50^\circ} \quad (1)$$

Aplicando el teorema de los senos al triángulo $\triangle ABD$:

$$\frac{\overline{BD}}{\sin 80^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin 35^\circ} \quad (2)$$

Dividiendo las expresiones (1) (2):

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{\sin 80^\circ \cdot \sin 50^\circ}{\sin(10^\circ+x) \cdot \sin 35^\circ} \quad (3)$$

Aplicando el teorema de los senos al triángulo $\triangle ACD$:

$$\frac{\overline{AD}}{\sin x} = \frac{\overline{CD}}{\sin 25^\circ} \quad (4)$$

Aplicando el teorema de los senos al triángulo $\triangle ABD$:

$$\frac{\overline{AD}}{\sin 65^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin 35^\circ} \quad (5)$$

Dividiendo las expresiones (4) (5):

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{\sin 65^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\sin x \cdot \sin 35^\circ} \quad (6)$$

Iguando las expresiones (3) (6):

$$\frac{\sin 80^\circ \cdot \sin 50^\circ}{\sin(10^\circ+x) \cdot \sin 35^\circ} = \frac{\sin 65^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\sin x \cdot \sin 35^\circ} \quad (7)$$

Simplificando:

$$\frac{\cos 10^\circ \cdot \cos 40^\circ}{\sin(10^\circ+x)} = \frac{\frac{1}{2} \cos 40^\circ}{\sin x} \quad (8)$$

Simplificando:

$$\sin(10^\circ+x) = 2 \sin x \cdot \cos 10^\circ \quad (9)$$

$$\sin(10^\circ+x) = \sin(x-10^\circ) + \sin(10^\circ+x) \quad 10)$$

Simplificando :

$$\sin(x-10^\circ) = 0 .$$

Aleshores, $x = 10^\circ$