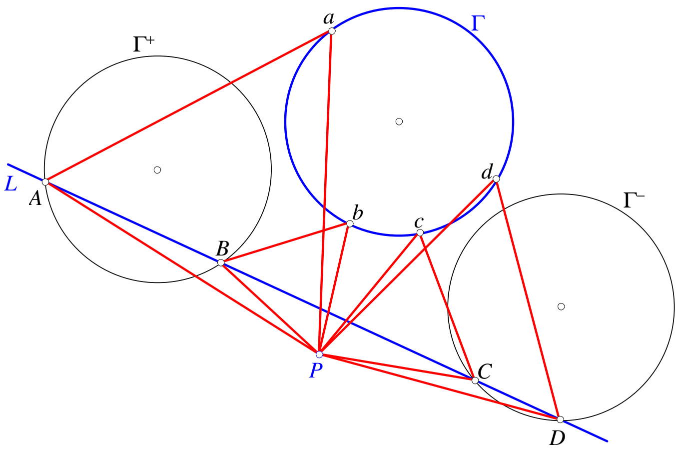
Problema 853 de *triánguloscabri*. *Construir un triángulo equilátero de tal modo que uno de sus vértices se halle sobre un punto P, otro sobre la recta dada L y el tercero sobre la circunferencia dada Γ. Analizar las soluciones según la posición de la recta.*

Propuesto por César Beade.

Fridman, L. M. (2000): *Metodología para resolver problemas de matemáticas* (pág. 110).



La primera parte se resuelve con la teoría de la rotación (Petersen, [2]). Una oportunidad también para leer el trabajo de Pedret ([1]).

El procedimiento aquí se simplifica al tratarse de triángulos equiláteros:

1. Giramos la circunferencia Γ alrededor de P un ángulo de $60°$ en el sentido de las agujas del reloj, obteniendo la circunferencia Γ^+.
2. Esta circunferencia cortará a la recta L, en general, en dos puntos A y B.
3. Giramos los puntos A y B con centro P un ángulo de $60°$ en el sentido contrario a las agujas del reloj, obteniendo los puntos a y b sobre la circunferencia Γ.

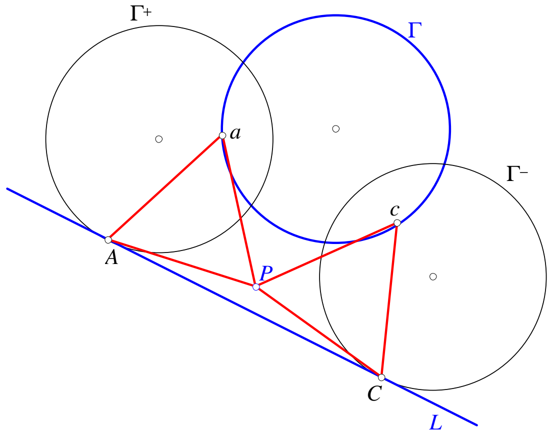
De esta forma obtenemos, en general, dos soluciones PAa y PBb. De forma simétrica, repetimos el proceso pero realizando los giros de $60°$ en los sentidos contrarios:

4. Giramos la circunferencia Γ alrededor de P un ángulo de $60°$ en el sentido contrario al de las agujas del reloj, obteniendo la circunferencia Γ^-.
5. Esta circunferencia cortará a la recta L, en general, en dos puntos C y D.
6. Giramos los puntos C y D con centro P un ángulo de $60°$ en el sentido de las agujas del reloj, obteniendo los puntos c y d sobre la circunferencia Γ.

Podemos expresar el número n de soluciones del problema con la fórmula $n = n^+ + n^-$, siendo n^+ y n^- el número de puntos de intersección de la recta L con Γ^+ y Γ^-, respectivamente.

Obviamente $0 \leqslant n^+ \leqslant 2$ y $0 \leqslant n^- \leqslant 2$, resultando entonces que $0 \leqslant n \leqslant 4$.

La figura de la página anterior muestra el caso $n = 4$. La figura siguiente muestra el caso $n^+ = n^- = 1$, sumando dos soluciones:



Referencias

[1] José María Pedret: *Apolonio, Halley, Newton, Petersen, Sapiña, Ritt, Rosillo - La semejanza.* Publicado como problema 400 extra de esta revista.

[2] Julius Petersen: *Métodos y Teorías para la resolución de problemas Geométricos.*