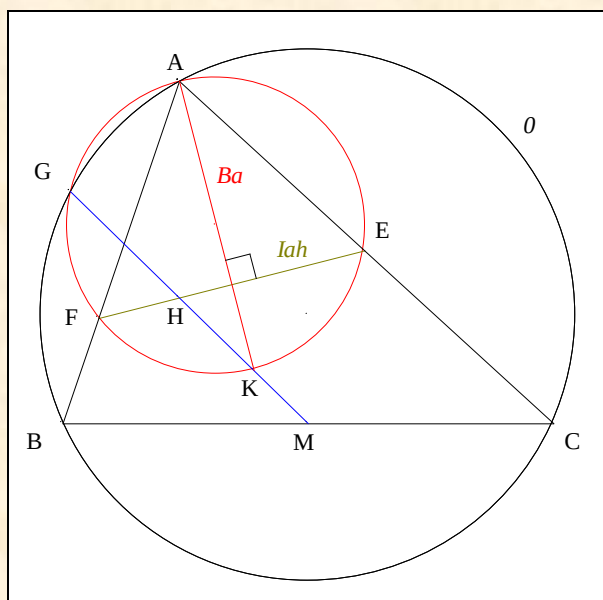


+

Jean-Louis Ayme¹

Abstract. The author presents a geometric pattern emerging from a series of problems similar to that problem 3 of the tST of Switzerland 2006. Conversely, this pattern that can generate problems, becomes a *leitmotif*. This twin aspect pattern-problems constitute *A Thema in Process*. The figures are all in general position and all cited theorems can all be shown synthetically.

¹ Saint-Denis, Île de La Réunion (Océan Indien, France), le 31/07/2014 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

Sommaire	
Point de vue ésotérique	
A. Motif ou Solution	4
B. Visualisation ou Résolution	5
1. Lazare N. M. Carnot	
2. Thalès de Milet	
3. Archimède de Syracuse	
4. Une bissectrice	
5. Une parallèle à une bissectrice	
6. Quatre points cocycliques	
7. Quatre points cocycliques	
8. Cinq points cocycliques	
C. La série de l'auteur	14
1. Trois cercles coaxiaux	
2. Un cercle passant par G	
3. Thailand (2005)	
4. 2008 variation de Russie (2000)	
5. 26e M.O. Russie (2000)	
6. China Western MO (2009)	
7. Switzerland TST (2006)	
8. Problem 1, day 1, vietnamiese TST (2006) ; British Final ST-1	
9. L'auteur	
10. Une bissectrice	
11. Beautiful collinearity	
12. Collinearity	
13. La tangente de l'auteur	
14. Une seconde tangente de l'auteur	
15. Deux parallèles	
16. Une parallèle à (BC)	
17. Une parallèle à (BC)	
D. Résultats collatéraux	27
1. Un alignement	
2. Concurrence	
3. Quatre points cocycliques	
4. Un exercice d'Oleg Faynsteyn	



POINT DE VUE ÉSOTÉRIQUE

*En s'offrant à un humble chercheur de vérité,
elle prend le visage d'une figure géométrique
et
en retirant sa face aux arrogants chercheurs de malices,
elle leur abandonne une configuration...*



Le Géomètre a été fasciné par la vision d'une Semblance entourée d'un manchon de néant, voire la figure du problème 3 du TST de Suisse de 2003... Mais à trop vouloir la dévisager, elle s'est voilée... laissant apparaître ses traits essentiels et en disparaissant lui souffle un donné lapidaire ... La résolution commence et se termine par une visualisation mettant en œuvre une démarche homogène où seuls les théorèmes de la Géométrie synthétique sont mis en œuvre. ²

La recherche du Géomètre ne s'arrête pas en si bon chemin. Ayant recensé une série de problèmes analogues entre eux, il assiste à l'émergence d'un charme qui ramène tout en dedans de lui et d'une radiance qui touche tout en dehors en dehors d'elle ; cette solution qui prend la forme d'un motif, illumine le champs de recherche du Géomètre et contribue comme un "leitmotif" à lui faire découvrir d'autres problèmes semblables.

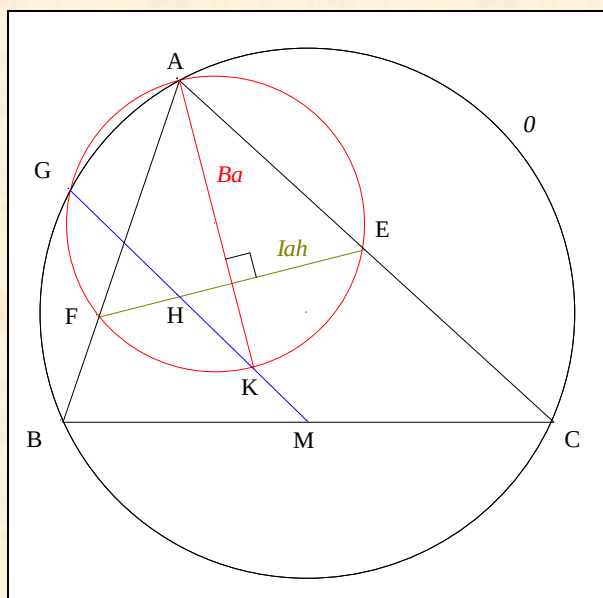
²

Ayme J.L., Thailand (2005) or Swiss TST (2006), G.G.G. vol. 19 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

A. MOTIF OU SOLUTION

VISION

Figure :



Traits :

ABC	un triangle acutangle tel que $AB < AC$,
O	le cercle circonscrit à ABC,
M	le milieu de [BC],
H	l'orthocentre de ABC,
G	le point d'intersection de (MH) avec l'arc BAC,
Ba	la A-bissectrice intérieure de ABC,
K	le point d'intersection de Ba et (HM),
Iah	la A-isocélienne ³ de ABC passant par H
et E, F	les points d'intersection de Iah resp. avec [AC], [AB].

Donné : A, E, F, G et K sont cocycliques.

³

Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle

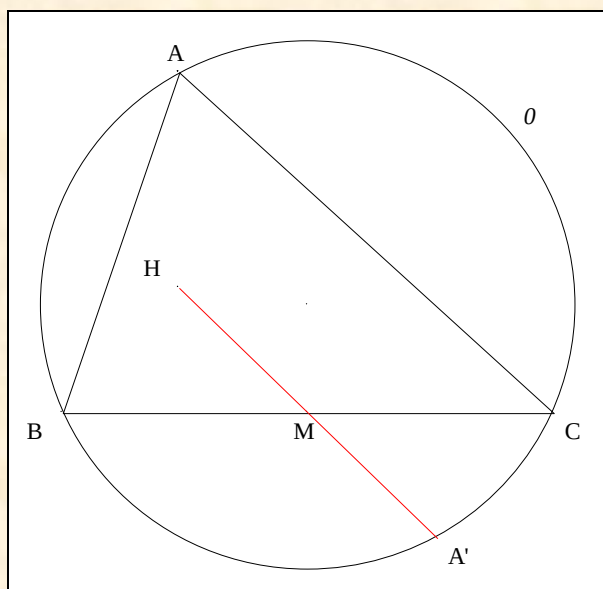
B. VISUALISATION OU RÉSOLUTION

Commentaire : dans cette partie, les notations ne varient pas d'un énoncé à un autre.

1. Lazare N. M. Carnot

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle acutangle tel que $AB < AC$,
M le milieu de $[BC]$,
 O le cercle circonscrit à ABC,
H l'orthocentre de ABC
et A' le symétrique de H par rapport à M.

Donnés : (1) A' est sur O
(2) A' est l'antipôle de A relativement à O .

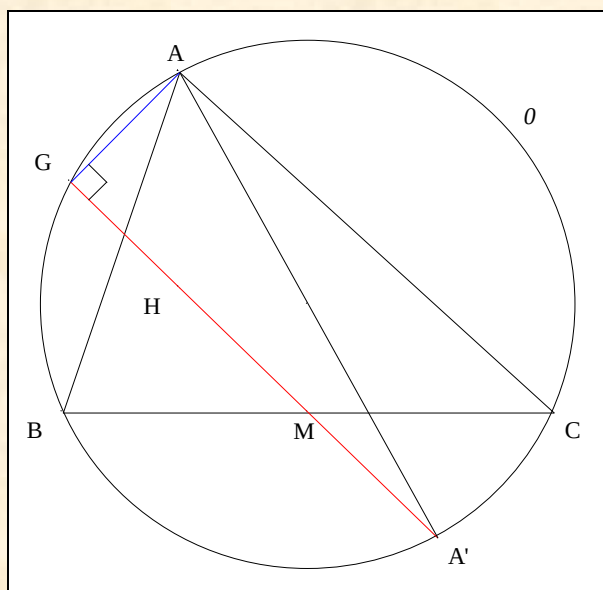
Commentaire : ce résultat de Lazare Carnot datant de 1801 se trouve dans le livre intitulé *De la corrélation des figures Géométriques*⁴.

2. Thalès de Milet (624 av. J.-C. – 547 av. J.-C.)

VISION

Figure :

⁴ Carnot L. N. M., *De la corrélation des figures géométriques* (1801), n° 142, p. 101



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
 G le second point d'intersection de (MH) avec $\mathcal{O}$.

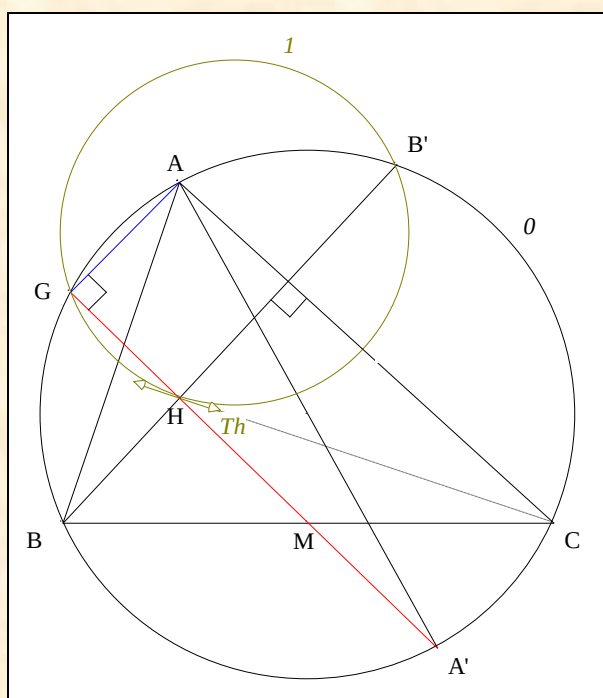
Donné : (AG) est perpendiculaire à (MH) en G .

Commentaire : triangle inscrit dans un demi-cercle.

3. Archimède de Syracuse (vers 287 av. J.C.-212 av. J.C.)

VISION

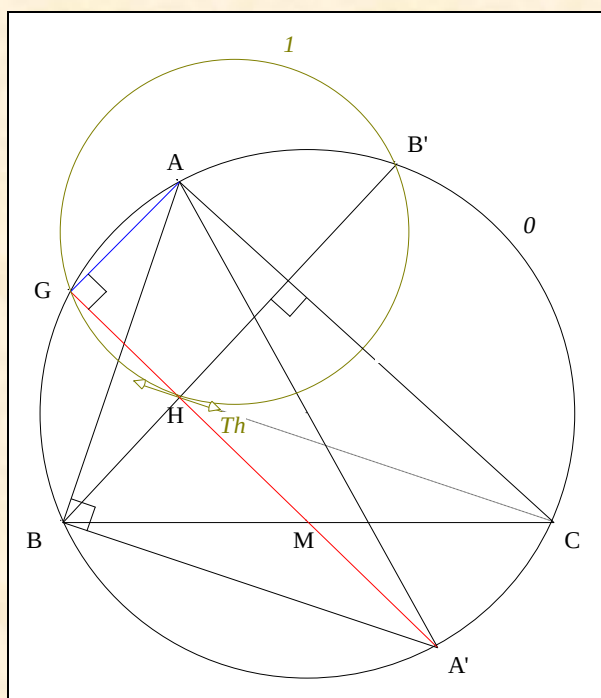
Figure :



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
 B' la circumtrace de la B-hauteur de ABC,
 1 le cercle passant par G, H, B'
 et Th la tangente à 1 en H.

Donné : Th est la C-hauteur de ABC.

VISUALISATION



- Notons Th la tangente à 1 en H.
- Les cercles 1 et 0 , les points de base G et B' , les médiannes (HGA') et (HB'B), conduisent au théorème 1 de Reim ; il s'en suit que
- D'après Thalès "Triangle inscriptible dans un demi-cercle", d'après l'axiome **IVa** des parallèles,
- **Conclusion :** d'après Archimède, Th est la C-hauteur de ABC.

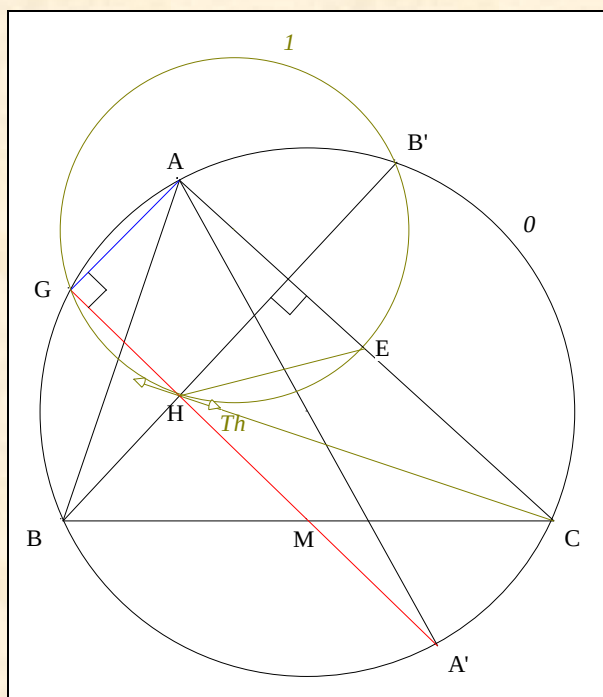
$$Th \parallel (A'B).$$

$$\begin{aligned} & (A'B) \perp (AB) \\ Th & \perp (AB). \end{aligned}$$

4. Une bissectrice

VISION

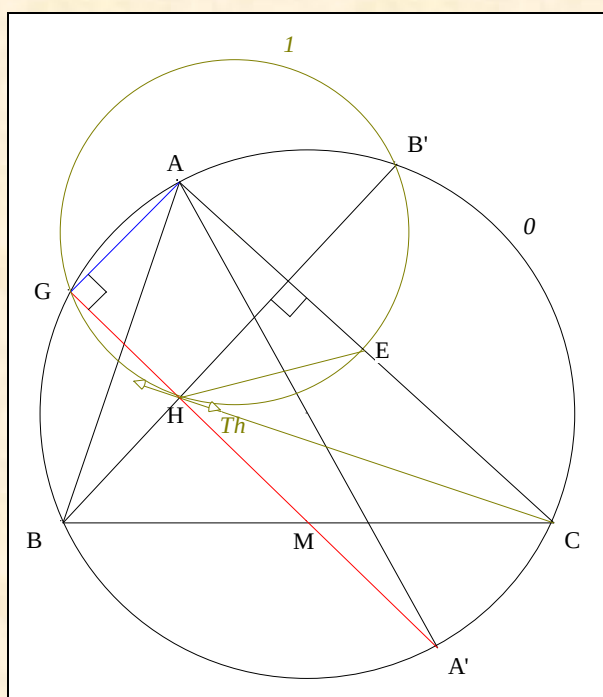
Figure :



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
 E le point d'intersection de $[AC]$ avec 1 .

Donné : (HE) est la H -bissectrice intérieure du triangle $HB'C$.

VISUALISATION



- D'après Carnot "Symétrie de l'orthocentre par rapport à un côté" ⁵, $EH = EB'$.
- Une chasse angulaire :

⁵ Carnot, n° 142, *De la corrélation des figures géométriques* (1801) 101

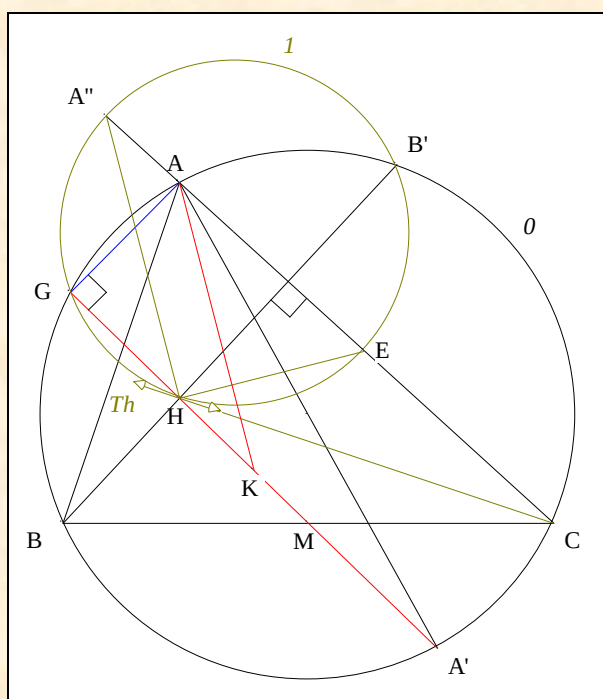
- * le triangle EB'H étant H-isocèle, $\angle EHB' = \angle HB'E$
- * d'après "Le théorème de la tangente", $\angle HB'E = \angle CHE$
- * par transitivité de la relation $=$, $\angle EHB' = \angle CHE$.

- **Conclusion :** (HE) est la H-bissectrice intérieure du triangle HB'C

5. Une parallèle à une bissectrice

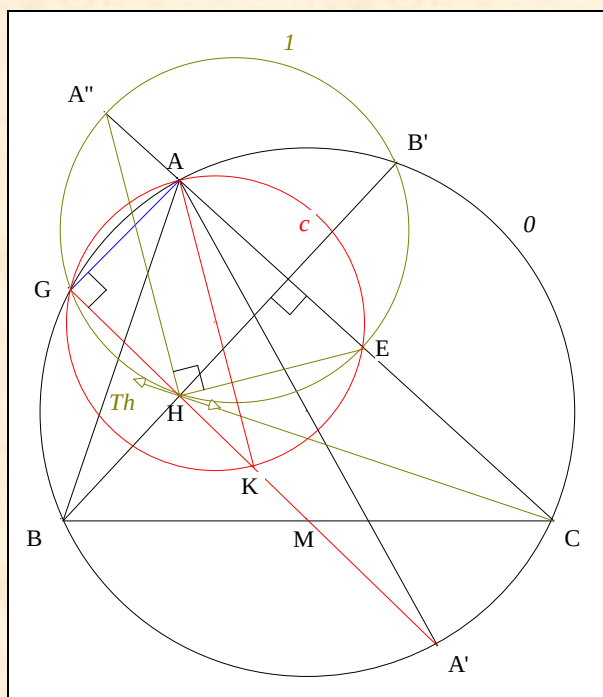
VISION

Figure :



Traits :	aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
A''	le second point d'intersection de la perpendiculaire à (HE) avec l
et K	le point d'intersection de la A-bissectrice intérieure de ABC avec (HM).
Donné :	(AK) est parallèle à (HA'').

VISUALISATION



Traits : les hypothèses et notations sont les mêmes que précédemment.

Donné : A, G, E et K sont cocycliques.

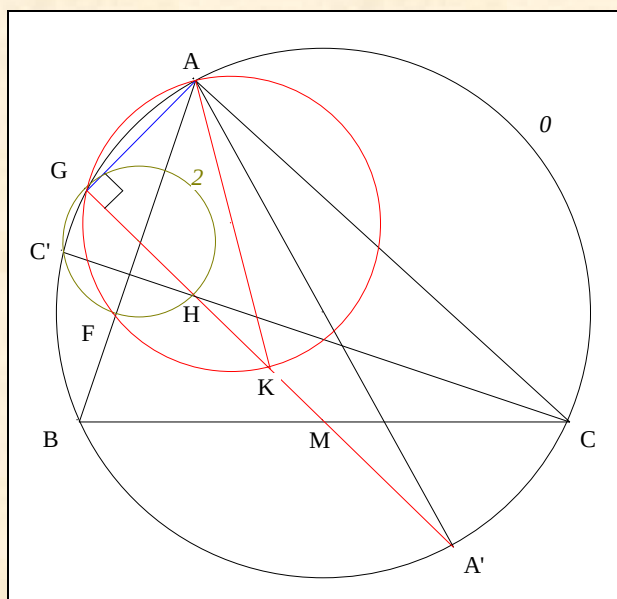
VISUALISATION

- **Conclusion partielle :** le cercle 1, les points de base E et G, les moniennes naissantes (A''EA) et (HGK), conduisent au théorème 0'' de Reim ; en conséquence, E, G, A et K sont cocycliques.

7. Quatre points cocycliques

VISION

Figure :



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
 C' la circumtrace de la B-hauteur de ABC,
 ω le cercle passant par G, H, C'
 et F le point d'intersection de [AB] avec ω .

Donné : A, G, E et K sont cocycliques.

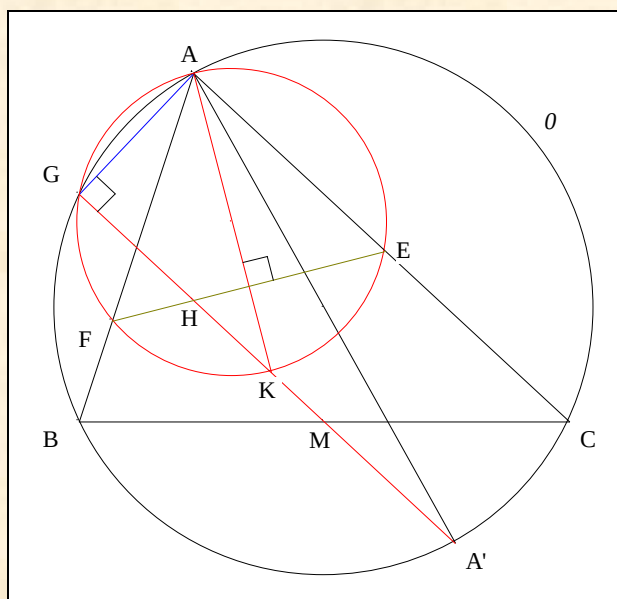
VISUALISATION

- **Conclusion :** mutatis mutandis, nous montrerions que F, G, A et K sont cocycliques.

8. Cinq points cocycliques

VISION

Figure :



Traits : les hypothèses et notations sont les mêmes que précédemment.

Donné : A, G, E, F et K sont cocycliques.

VISUALISATION

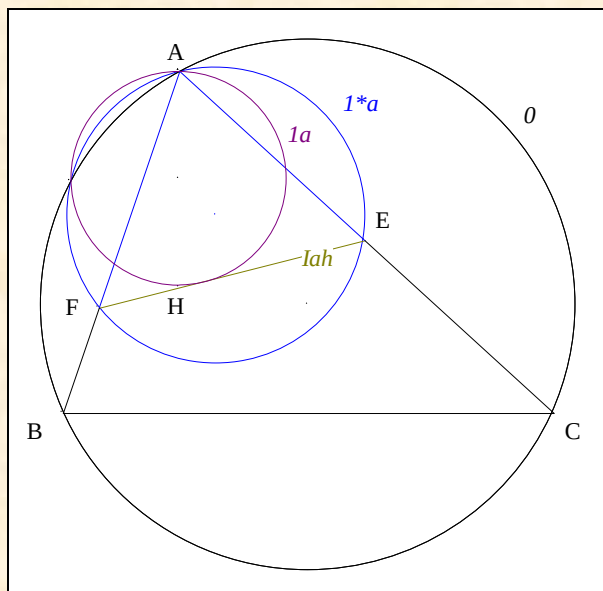
- **Conclusion :** d'après **B. 6** et **7**, A, G, E, F et K sont cocycliques.

C. LA SÉRIE DE L'AUTEUR

1. Trois cercles coaxiaux

VISION

Figure :



Traits :

ABC	un triangle acutangle,
0	le cercle circonscrit à ABC,
H	l'orthocentre de ABC,
Iah	la A-isocélienne ¹⁰ de ABC issue de H,
E, F	les points d'intersection de Iah resp. avec [AC], [AB],
1^*a	le cercle circonscrit au triangle AEF
et	$1a$ le cercle de diamètre [AH].

Donné : 0 , 1^*a et $1a$ sont coaxiaux.

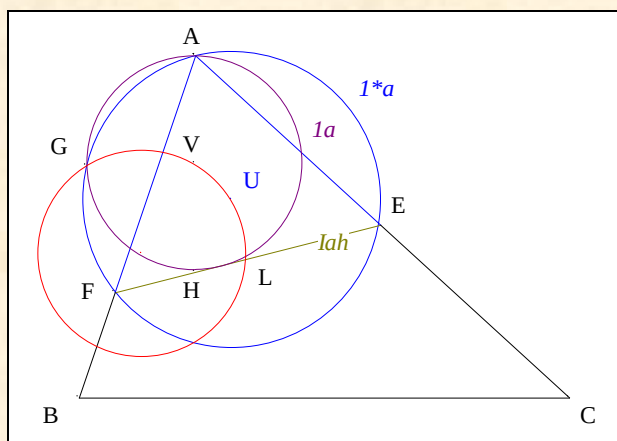
2. Un cercle passant par G

VISION

Figure :

¹⁰

Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle



Traits :

- ABC un triangle acutangle,
- H l'orthocentre de ABC,
- Iah la A-isocélienne¹¹ de ABC issue de H,
- E, F les points d'intersection de Iah resp. avec $[AC]$, $[AB]$,
- 1^*a le cercle circonscrit au triangle AEF,
- U le centre de 1^*a ,
- $1a$ le cercle de diamètre $[AH]$
- V le centre de $1a$,
- G le second point d'intersection de $1a$ et 1^*a ,
- et L le second point d'intersection de (EF) avec $1a$.

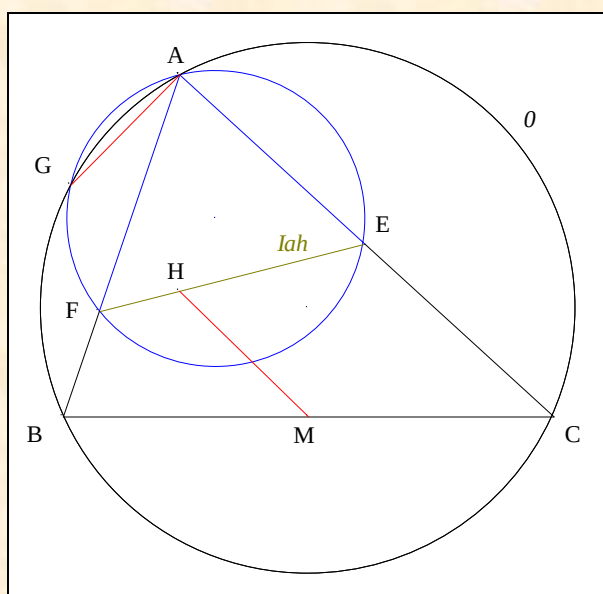
Donné : U, V, L et G sont cocycliques.¹²

Commentaire : penser au A-cercle de Morley relativement à $1a$ et 1^*a .

3. Thailand (2005)

VISION

Figure :



¹¹

¹²

Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle
 Four concyclic points, AoPS du 28/07/2014 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=599896>

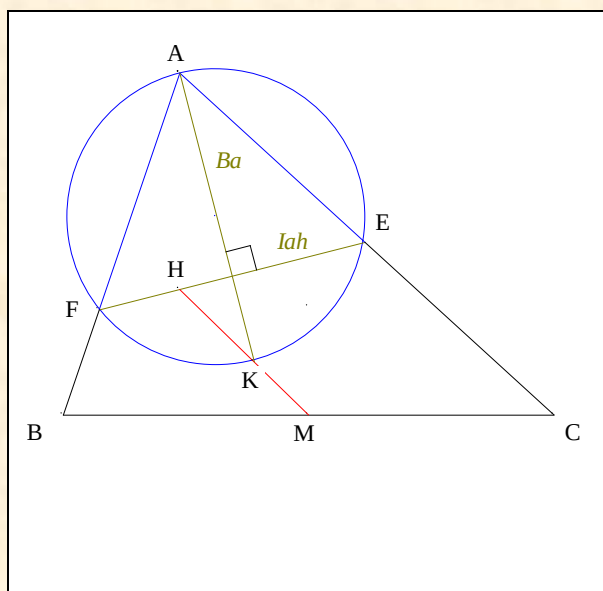
Traits : ABC un triangle acutangle,
 O le cercle circonscrit à ABC,
 M le milieu de $[BC]$,
 H l'orthocentre de ABC,
 Iah la A-isocélienne¹³ de ABC issue de H,
 E, F les points d'intersection de Iah resp. avec $[AC]$, $[AB]$,
 1^*a le cercle circonscrit au triangle AEF
et G le second point d'intersection de 1^*a et O .

Donné : (MH) est perpendiculaire à (AG) .¹⁴

4. 2008 variation de Russie (2000)

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle acutangle,
 M le milieu de $[BC]$,
 H l'orthocentre de ABC,
 Iah la A-isocélienne de ABC,
 E, F les points d'intersection de Iah resp. avec $[AC]$, $[AB]$,
 Ba la perpendiculaire à Iah issue de A
et K le point d'intersection de Ba et $[HM]$.

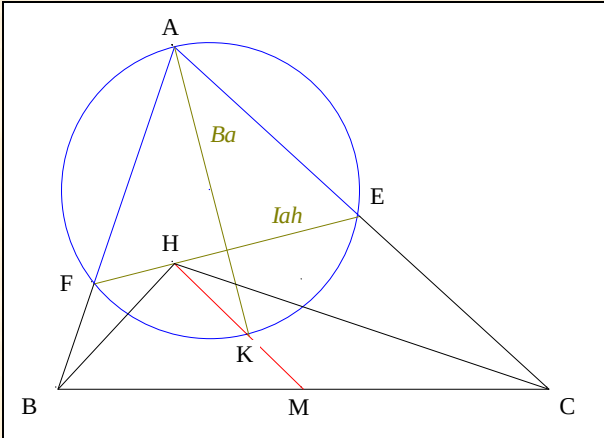
Donné : A, E, F et K sont cocycliques.¹⁵

5. 26e M.O. Russie (2000)

VISION

¹³ Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle
¹⁴ HM is perpendicular to a common chord, AoPS du 02/06/2011 ;
<http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=409570>
¹⁵ Line through orthocenter and cyclic quadrilateral, AoPS du 14/05/2008
<http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=204811>

Figure :



- Traits :**
- ABC un triangle acutangle,
 - M le milieu de $[BC]$,
 - H l'orthocentre de ABC ,
 - Iah la H -bissectrice extérieure du triangle HBC ,
 - E, F les points d'intersection de Iah resp. avec $[AC]$, $[AB]$,
 - Ba la A -bissectrice intérieure de ABC
- et K le point d'intersection de Ba et $[HM]$,

Donné : A, E, F et K sont cocycliques.¹⁶

Archive :

Russia All-Russian Olympiad 2000	
Grade 10	
Day 1	
3	In an acute scalene triangle ABC the bisector of the acute angle between the altitudes AA_1 and CC_1 meets the sides AB and BC at P and Q respectively. The bisector of the angle B intersects the segment joining the orthocenter of ABC and the midpoint of AC at point R . Prove that P, B, Q, R lie on a circle.

17

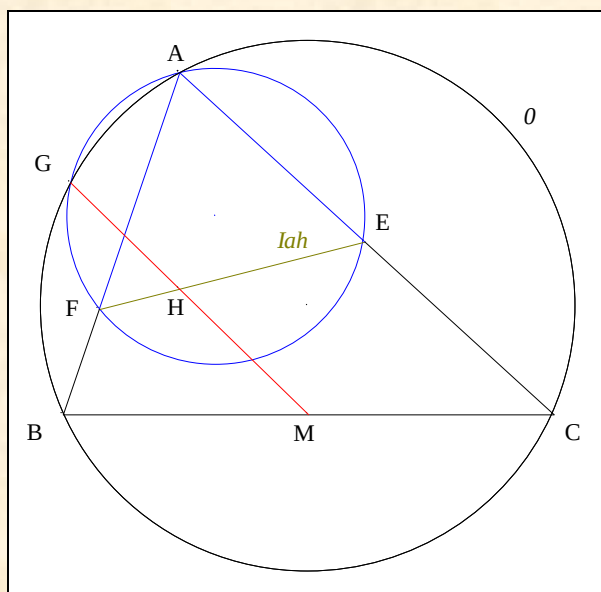
6. China Western MO (2009)

VISION

Figure :

¹⁶ 26e M.O. Russie (2000) day 1, 10th grade, problem 3

¹⁷ P, B, Q, R lie on a circle, AoPS du 25/12/2009 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?p=1722706>



Traits :

- ABC un triangle acutangle,
- O le cercle circonscrit à ABC,
- M le milieu de $[BC]$,
- H l'orthocentre de ABC,
- Iah la A-isocélienne¹⁸ de ABC issue de H,
- E, F les points d'intersection de Iah resp. avec $[AC]$, $[AB]$,

et

- G le point d'intersection de (MH) avec l'arc BAC.

Donné : A, E, F et G sont cocycliques.¹⁹

Archive :

China Western Mathematical Olympiad 2009	
Day 1	
3	Let H be the orthocenter of acute triangle ABC and D the midpoint of BC . A line through H intersects AB, AC at F, E respectively, such that $AE = AF$. The ray DH intersects the circumcircle of $\triangle ABC$ at P . Prove that P, A, E, F are concyclic.

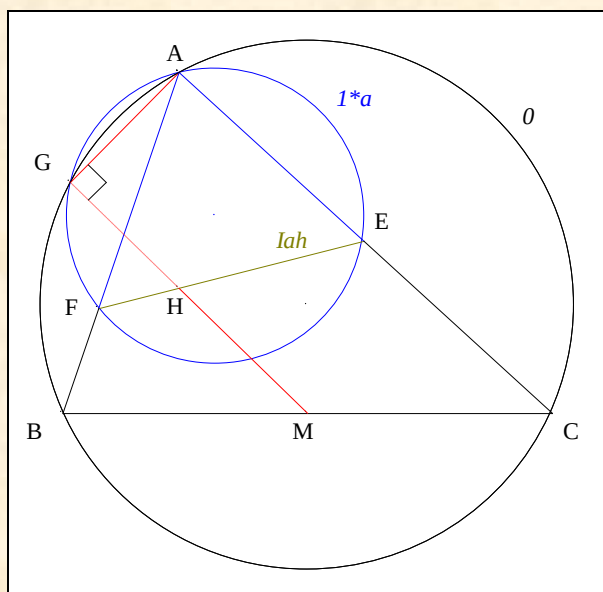
20

7. Switzerland TST (2006)

VISION

Figure :

¹⁸ Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle
¹⁹ China Western MO (2009) day 1, problem 3
²⁰ Four points are cyclic, AoPS du 25/02/2012 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?p=2611020>



Traits :

- ABC un triangle acutangle,
- O le cercle circonscrit à ABC,
- M le milieu de $[BC]$,
- H l'orthocentre de ABC,
- Iah la A-isocélienne²¹ de ABC issue de H,
- E, F les points d'intersection de Iah resp. avec $[AC]$, $[AB]$,
- 1^*a le cercle circonscrit au triangle AEF,

et

- G le second point d'intersection de 1^*a et O .

Donné : (MH) est perpendiculaire à (AG) en G.²²

Archive :

Switzerland
Team Selection Test
 2006

Day 3

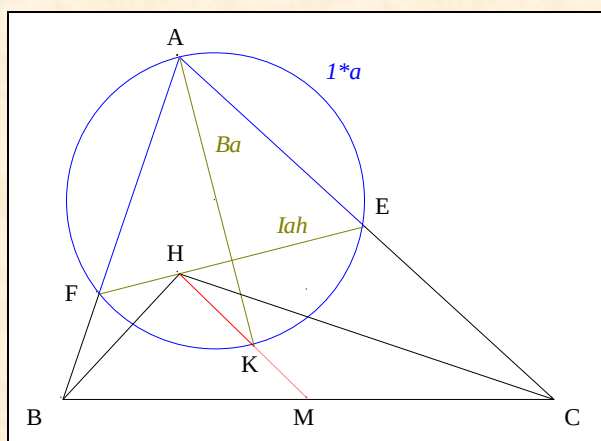
[3] Let $\triangle ABC$ be an acute-angled triangle with $AB \neq AC$. Let H be the orthocenter of triangle ABC , and let M be the midpoint of the side BC . Let D be a point on the side AB and E a point on the side AC such that $AE = AD$ and the points D, H, E are on the same line. Prove that the line HM is perpendicular to the common chord of the circumscribed circles of triangle $\triangle ABC$ and triangle $\triangle ADE$.

8. Problem 1, day 1, vietnamese TST (2006) ; British FST-1

VISION

²¹ Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle
²² Switzerland, Team Selection Test Day 3 (2006) ;
<http://www.artofproblemsolving.com/Forum/resources.php?c=164&cid=227&year=2006>
 Hard to approach it !, AoPS du 25/05/2006 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=49&t=89098>

Figure :



Traits :

ABC	un triangle acutangle,
M	le milieu de [BC],
H	l'orthocentre de ABC,
Iah	la H-bissectrice extérieure du triangle HBC,
E, F	les points d'intersection de Iah resp. avec [AC], [AB],
1*a	le cercle circonscrit au triangle AEF,
Ba	la A-bissectrice intérieure de AEF
et K	le second point d'intersection de Ba avec 1*a.

Donné : (HK) passe par M.²³

Commentaire : ce problème a été considéré comme difficile.

Archive :

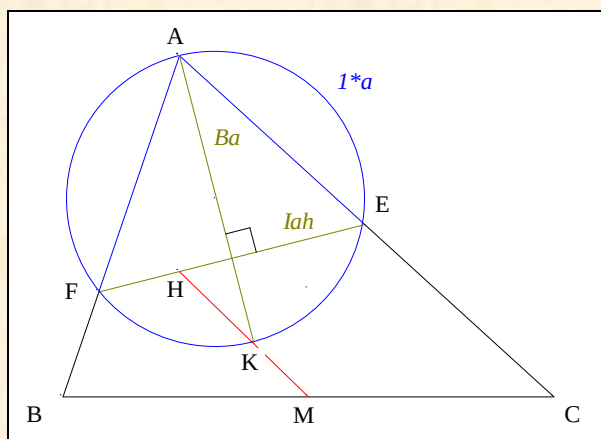
Vietnam Team Selection Test 2006	
1	Given an acute angles triangle ABC , and H is its orthocentre. The external bisector of the angle $\angle BHC$ meets the sides AB and AC at the points D and E respectively. The internal bisector of the angle $\angle BAC$ meets the circumcircle of the triangle ADE again at the point K . Prove that HK is through the midpoint of the side BC .

9. L'auteur

VISION

Figure :

²³ Problem 1, day 1, vietnamese TST 2006, AoPS du 17/04/2006 ;
<http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?p=486150>
 Line trough midpoint of a side and orthocenter, AoPS du 30/07/2014 ;
<http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=46&t=595847>



Traits :

- ABC un triangle acutangle,
- M le milieu de [BC],
- H l'orthocentre de ABC,
- Ba la A-bissectrice intérieure de ABC,
- Iah la perpendiculaire à Ba issue de H,
- E, F les points d'intersection de Iah resp. avec [AC], [AB],
- 1*a le cercle circonscrit au triangle AEF

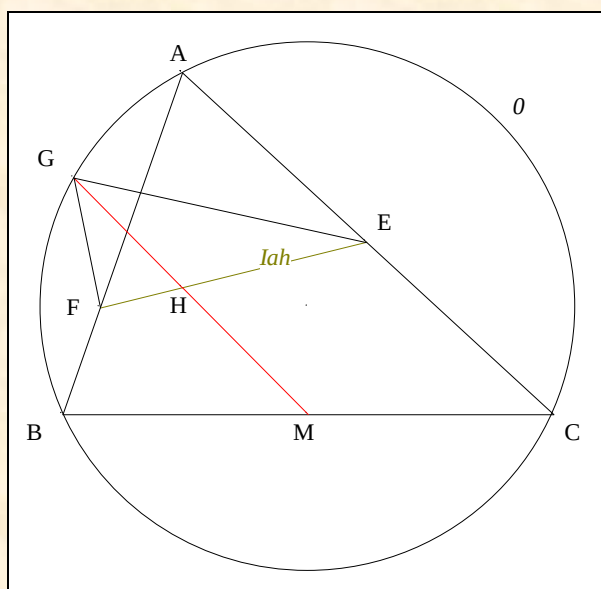
et K le second point d'intersection de Ba et 1*a.

Donné : K est sur (HM).

10. Une bissectrice

VISION

Figure :



Traits :

- ABC un triangle acutangle,
- O le cercle circonscrit à ABC,
- M le milieu de [BC],
- H l'orthocentre de ABC,

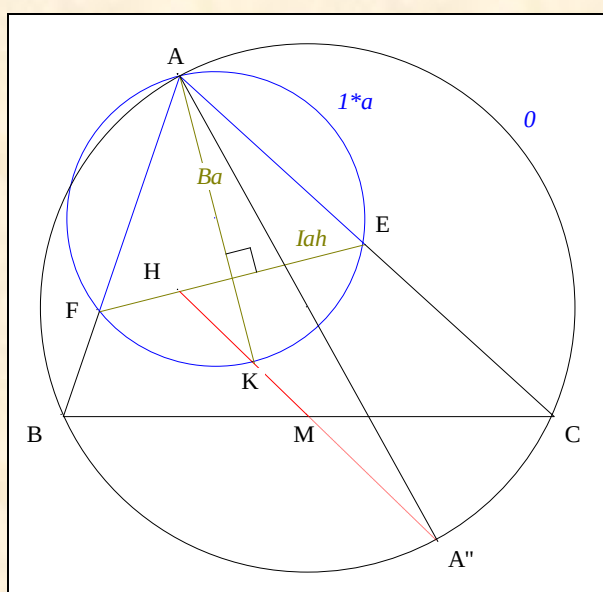
Iah la A-isocélienne ²⁴ de ABC issue de H,
 E, F les points d'intersection de Iah resp. avec [AC], [AB]
 et G le second point d'intersection de la demi-droite [MH) avec $\mathcal{O}$.

Donné : (GM) est la G-bissectrice intérieure du triangle GEF. ²⁵

11. Beautiful collinearity

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle acutangle,
 $\mathcal{O}$ le cercle circonscrit à ABC,
 M le milieu de [BC],
 H l'orthocentre de ABC,
 Ba la A-bissectrice intérieure de ABC,
 Iah la perpendiculaire à Ba issue de H,
 E, F les points d'intersection de Iah resp. avec [AC], [AB],
 1^*a le cercle circonscrit au triangle AEF,
 K le second point d'intersection de Ba et 1^*a ,
 et A'' l'antipôle de A relativement à $\mathcal{O}$.

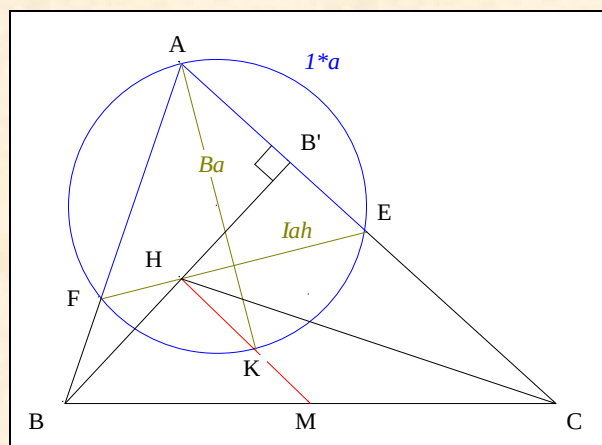
Donné : (HKM) passe par A''. ²⁶

12. Collinearity

VISION

Figure :

²⁴ Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle
²⁵ Ayme J.-L., A bissector, AoPS du 27/07/2014 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=599779>
²⁶ Beautiful collinearity, AoPS du 01/06/2009 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?p=1512816>



ATTENTION B'

Traits :

ABC	un triangle acutangle,
M	le milieu de [BC],
H	l'orthocentre de ABC,
Ba	la A-bissectrice intérieure de ABC,
B'	le pied de la C-hauteur de ABC,
Iah	la H-bissectrice intérieure du triangle CHB',
E, F	les points d'intersection de Iah resp. avec [AC], [AB],
1*a	le cercle circonscrit au triangle AEF
et K	le second point d'intersection de Ba et 1*a.

Donné : H, K et M sont alignés. ²⁷

Commentaire : ce problème posé en 2006 apparaît comme une réciproque de celui donné à la 26e O.M. de Russie en 2000.

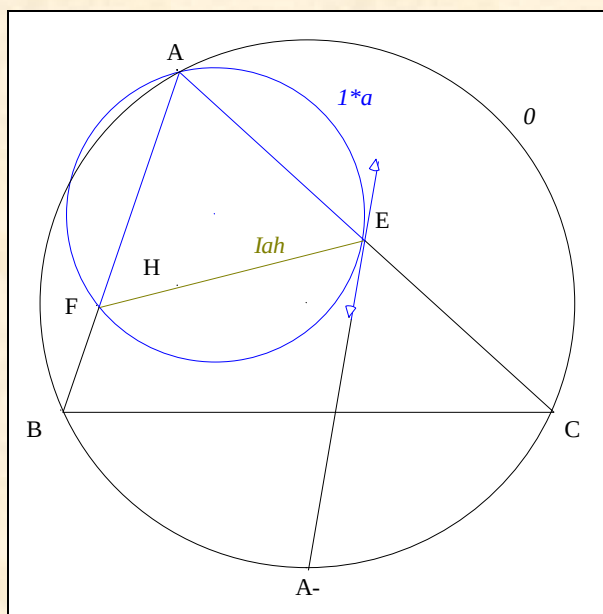
13. La tangente de l'auteur

VISION

Figure :

²⁷

Collinear problem # 6, Mathlinks du 26/07/2010 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=46&t=358736>



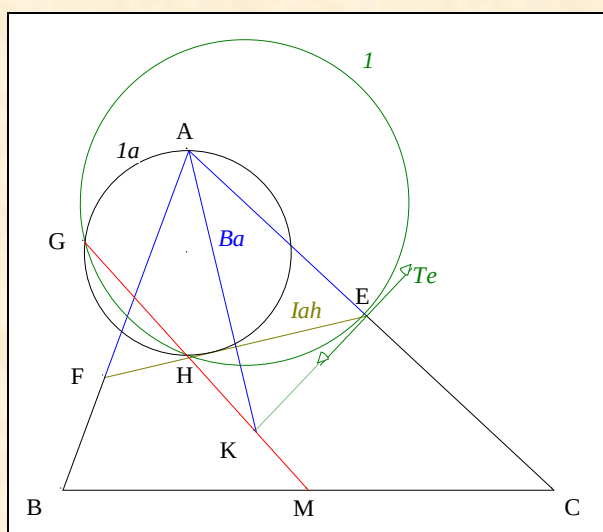
Traits : ABC un triangle acutangle,
 O le cercle circonscrit à ABC,
 H l'orthocentre de ABC,
 Iah la A-isocélienne²⁸ de ABC issue de H,
 E, F les points d'intersection de Iah resp. avec $[AC]$, $[AB]$,
 1^*a le cercle circonscrit au triangle AEF,
 Te la tangente à 1^*a en E
 et $A-$ le second A-perpoint de ABC.

Donné : Te passe par $A-$.²⁹

14. Une seconde tangente de l'auteur

VISION

Figure :



²⁸ Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle
²⁹ Ayme J.-L., A tangent, AoPS du 27/07/2014 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=599784>

Traits :

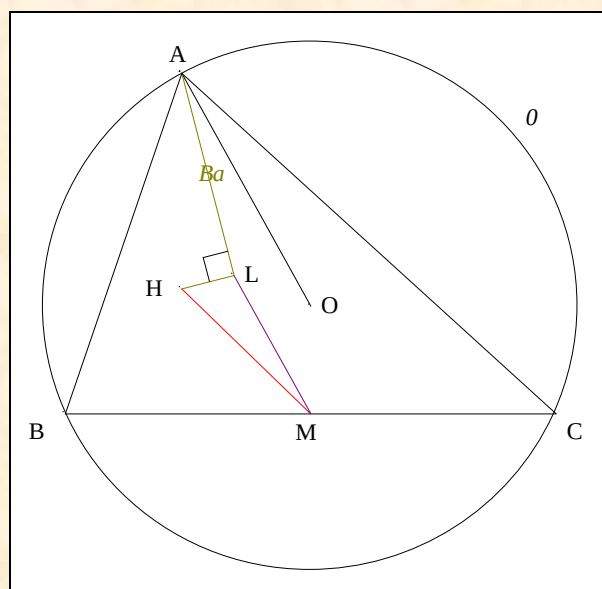
ABC	un triangle acutangle,
H	l'orthocentre de ABC,
I_{ah}	la A-isocélienne ³⁰ de ABC issue de H,
E, F	les points d'intersection de I_{ah} resp. avec [AC], [AB],
$1a$	le cercle de diamètre [AH],
M	le milieu de [BC],
G	le second point d'intersection de (MH) avec $1a$,
Ba	la A-bissectrice intérieure de ABC,
K	le second point d'intersection de Ba et (MH),
l	le cercle passant par G, H, E
et Te	la tangente à l en E.

Donné : Te passe par K.³¹

15. Deux parallèles

VISION

Figure :



Traits :

ABC	un triangle acutangle,
θ	le cercle circonscrit à ABC,
O	le centre de θ ,
M	le milieu de [BC],
H	l'orthocentre de ABC,
Ba	la A-bissectrice intérieure de ABC
et L	le pied de la perpendiculaire à Ba issue de H.

Donné : (ML) est parallèle à (AO).³²

Commentaire : penser à appliquer "le petit théorème" de Pappus.

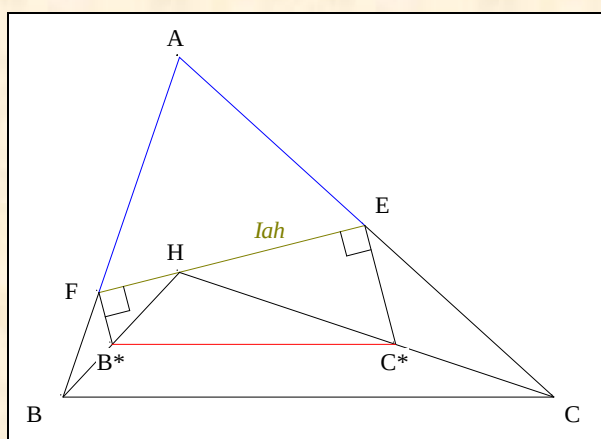
³⁰ Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle
³¹ Ayme J.-L., Three concurrent lines, *Mathlinks* du 15/06/2010 ;
<http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&p=1909959>

³² Parallel to AO, AoPS du 16/07/2014 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=598138>

16. Une parallèle à (BC)

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle acutangle,
H l'orthocentre de ABC,
Iah la A-isocélienne³³ de ABC issue de H,
E, F les points d'intersection de *Iah* resp. avec [AC], [AB],
et B*, C* les points d'intersection des perpendiculaires à (EF) en E, F resp. avec (HB), (HC).

Donné : (B*C*) est parallèle à (BC).³⁴

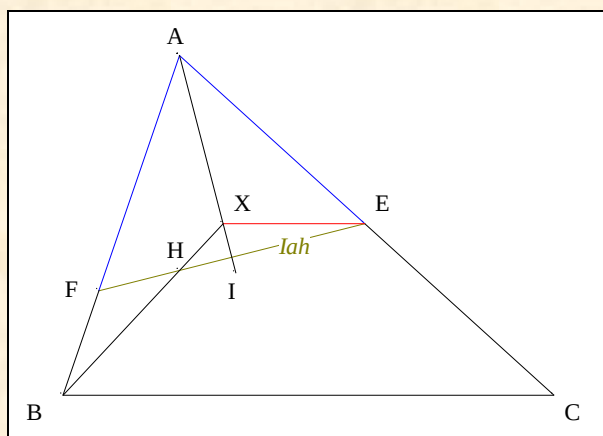
Commentaire : une preuve synthétique peut être vue sur le site de l'auteur³⁵.

17. Une parallèle à (BC)

VISION

Figure :

³³ Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle
³⁴ Parallel lines in a triangle, *Mathlinks* du 25/07/2010 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=46&t=358736>
³⁵ Ayme J.-L., La ponctuelle (MH), G.G.G. vol. 7, p. 47-50 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>



Traits : ABC un triangle acutangle,
H l'orthocentre de ABC,
Iah la A-isocélienne ³⁶ de ABC issue de H,
E, F les points d'intersection de *Iah* resp. avec [AC], [AB],
I le centre de ABC
et X le point d'intersection de (AI) et (BH).

Donné : (EX) est parallèle à (BC). ³⁷

Commentaire : une preuve synthétique met en œuvre le cercle de diamètre [AH] suivi du théorème "Hexagramma mysticum" de Pascal.

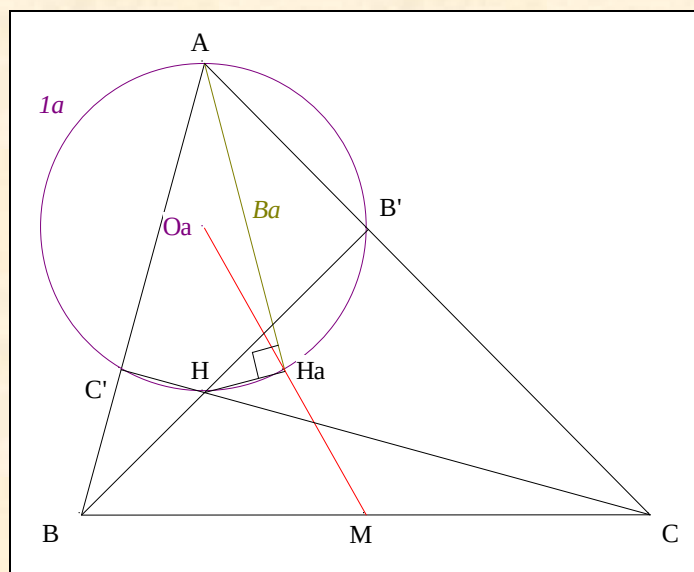
C. RÉSULTATS COLLATÉRAUX

1. Un alignement

VISION

Figure :

³⁶ Une A-isocélienne est une ménélienne perpendiculaire à la A-bissectrice intérieure de ABC qui conduit à un triangle isocèle
³⁷ Two parallels, AoPS du 12/07/2014 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=597522>



Traits :

- ABC un triangle acutangle,
- H l'orthocentre de ABC ,
- B', C' les pied des B, C -hauteurs de ABC ,
- Ba la A -bissectrice intérieure de ABC ,
- Ha le pied de la perpendiculaire à Ba issue de H ,
- M le milieu de $[BC]$,
- Ia le cercle de diamètre $[AH]$

et Oa le centre de Ia .

Donné : Oa, Ha et M sont alignés.³⁸

Commentaire : une preuve synthétique peut être vue sur le site de l'auteur³⁹.

2. Concurrence

VISION

Figure :

³⁸ Tudosi M., Ivory Coast 1976 [projections from H on bisectors of $\angle CAB$], *Mathlinks* du 13/01/2005 ; <http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=49&t=23523>

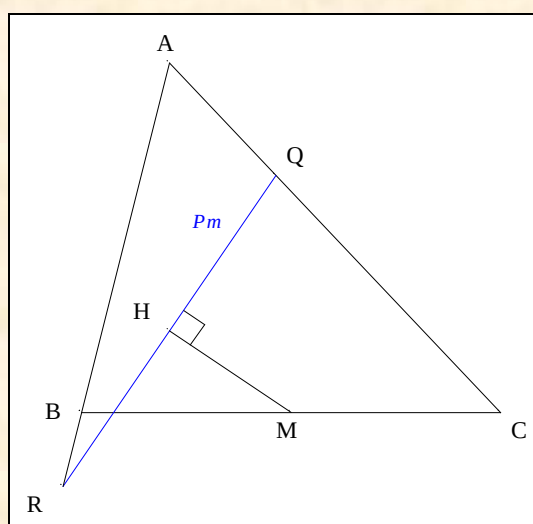
³⁹ Ayme J.-L., La ponctuelle (MH), G.G.G. vol. 7, p. 44-45 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

Donné : L, M, P et Q sont cocycliques.⁴¹

4. Un exercice d'Oleg Faynsteyn

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle acutangle,
H l'orthocentre de ABC,
M le milieu de [BC],
Pm la perpendiculaire à (MH) en H
et Q, R les points d'intersection de Pm resp. avec (AC), (AB).

Donné : H est le milieu de [QR].⁴²

Commentaire : une preuve synthétique peut être vue sur le site de l'auteur⁴³.

⁴¹ Ayme J.-L., Four concyclic points, AoPS du 16/05/2014 ;
<http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=589644>

⁴² Faynsteyn O., *Elemente der Mathematik*, problem 1180 ;
solution, *Elemente der Mathematik* vol. 58, 1 (2003)

⁴³ Ayme J.-L., La ponctuelle (MH), G.G.G. vol. 7, p. 6-7 ; <http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>