

Quincena del 1 al 15 de Noviembre de 2017.

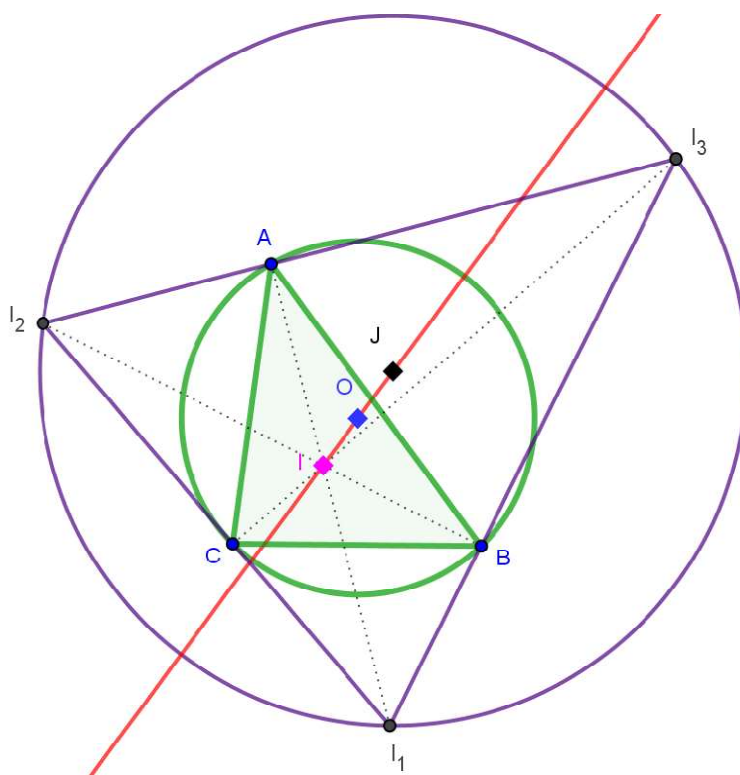
Problema 857.- Dado un triángulo ABC , sean O su circuncentro, R su circunradio, I su incentro y sean I_1, I_2, I_3 los exincentros.

Sea J el circuncentro y σ el circunradio del triángulo I_1, I_2, I_3 . Demostrar que O, I, J están alineados, $OJ = OI$, y que $\sigma = 2R$.

Gallatly, W. (1929): *The modern geometry of triangle*. London: Francis Hodgson, 89 (pag. 1)

<http://mathworld.wolfram.com/BevanPoint.html>.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Por construcción del triángulo excentral, las bisectrices de ABC son alturas de éste, por tanto, ABC es el triángulo órtico del triángulo de los excentros y en consecuencia, la circunferencia circunscrita a ABC es la de los nueve puntos del excentral.

Para el triángulo $I_1I_2I_3$ el ortocentro, el circuncentro y el centro de la circunferencia de los nueve puntos son los puntos I, J y O respectivamente.

La circunferencia de los nueve puntos tiene radio igual a la mitad del radio de la circunscrita y su centro es el punto medio del circuncentro y el ortocentro.

Además estos puntos, junto al baricentro están alineados en la conocida **recta de Euler** del triángulo.

Y con esto queda resuelto completamente el problema. ■