

**Problema 860**

C. 683. En el triángulo rectángulo isósceles ABC,  $AC = BC$ . el ángulo bisectriz de A corta BC en el punto P. Demostrar que la longitud del segmento PB es igual al diámetro del círculo inscrito de ABC  
Komal Septiembre 2002

**Solution proposée par Philippe Fondanaiche**

Sans perte de généralité, on pose  $AC = BC = 1$ . D'où  $AB = \sqrt{2}$ .

Le périmètre p du triangle ABC est égal à  $p = AC + BC + AB = 2 + \sqrt{2}$

Soit  $2r$  le diamètre du cercle inscrit du triangle ABC.

On a  $r \cdot p = 2$  fois l'aire du triangle  $ABC = 1$ . D'où  $2r = 2/(2 + \sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2}$ .

AP étant bissectrice de l'angle en A, on a les égalités:

$$PB/AB = PC/AC = (PB + PC) / (AB + AC) = 1/(\sqrt{2} + 1) = \sqrt{2} - 1.$$

Il en résulte que  $PB = AB \cdot (\sqrt{2} - 1) = 2 - \sqrt{2} = 2r$ .

C.q.f.d.