

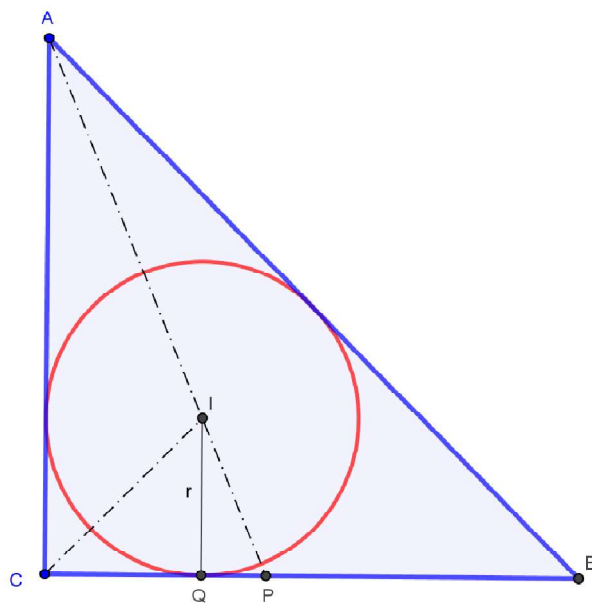
Quincena del 1 al 15 de Diciembre de 2017.

Problema 860.-

C. 683. En el triángulo rectángulo isósceles ABC , $AC = BC$, el ángulo bisectriz de A corta BC en el punto P . Demostrar que la longitud del segmento PB es igual al diámetro del círculo inscrito de ABC .

Komal Septiembre 2002

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Sean a, b y c , según la notación habitual, los lados del triángulo y s su semiperímetro. Según el teorema de Pitágoras para este triángulo se verifica $c^2 = 2a^2$.

El segmento CQ , de contacto de la circunferencia inscrita con el cateto BC mide,

$$CQ = s - c = \frac{1}{2}(a + b - c) = \frac{1}{2}(2a - c).$$

$CQ = IQ = a - \frac{c}{2}$ es el radio del círculo inscrito.

Por el teorema de la bisectriz, $PB = \frac{ac}{b+c} = \frac{ac}{a+c}$.

Tenemos que demostrar que $2CQ = PB$, o bien que $2a - c = \frac{ac}{a+c}$.

Multiplicando por $a + c$ resulta

$$(a + c)(2a - c) = ac; -c^2 + ac + 2a^2 = ac; 2a^2 - c^2 = 0.$$

Y esto el teorema de Pitágoras aplicado al triángulo ABC . ■