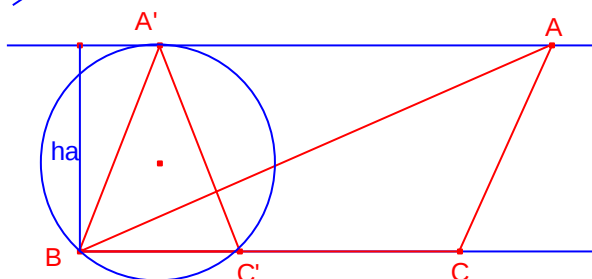


Problema 864

48 Demostreu que el triangle isòsceles té menor àrea i menor perímetre entre tots els triangles amb l'angle A i l'altura h_a coneguts.

Gashkov, S. B. (2015): Desigualdades geométricas :Una guía con más de 600 problemas y teoremas. Mir

Solució Ricard Peiró:



Siga el triangle $\triangle BCA$ d'angle A i altura.

Siga $\triangle BC'A'$ tal que $A' = A$, $\overline{A'B} = \overline{A'C'}$ i altura h_a referida al vèrtex A' .

Considerem la circumferència circumscrita al triangle isòsceles $\triangle BC'A'$.

Considerem la recta r paral·lela al costat $\overline{BC'}$ que passa per A' .

Considerem el qualsevol triangle $\triangle BCA$ d'angle A i altura h_a el vèrtex A esta sobre la recta r.

A és exterior a la circumferència circumscrita. Aleshores $\angle BAC' < \angle BA'C$.

Aleshores, $\overline{BC'} \leq \overline{BC}$.

$$S_{BCA} = \frac{\overline{BC} \cdot h_a}{2}, S_{BC'A'} = \frac{\overline{BC'} \cdot h_s}{2}$$

Aleshores, $S_{BCA} \geq S_{BC'A'}$.

En la figura anterior considerem el triangle

isòsceles $\triangle BC'A''$.

Dos triangles d'igual base i igual altura el de menor perímetre és el isòsceles:

El perímetre del triangle $\triangle BC'A''$ és menor que el

perímetre del triangle $\triangle BCA$.

Dos triangles isòsceles que isòsceles que tenen la mateixa altura sobre el costat desigual té menor perímetre el que té menor costat desigual.

El perímetre del triangle $\triangle BC'A'$ és menor que el perímetre del triangle $\triangle BC'A''$.

Aleshores, el perímetre del triangle $\triangle BC'A'$ és menor o igual que el perímetre del

triangle $\triangle BCA$.

