Pr. Cabri 870

ABC es un triángulo y D un punto sobre la recta AB en la semirrecta que contiene B tal que BD=AC, y E es un punto sobre la recta AC en la semirrecta que contiene C tal que CE=AB. La mediatriz de BC corta la recta DE en P. Demostrar que los ángulos BPC y BAC son iguales.

Seimiya, T. (1997): Crux Mathematicorum. Vol 23 num 4 p. 243.

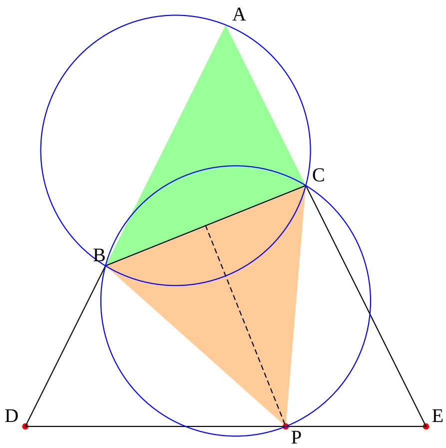
- **Solución**
  por César Beade Franco

El triángulo ADE es isósceles en A pues AD=AB+BD=AC+CE=AE.

Tanbién es isósceles en P el triángulo PBC pues P está sobre la mediatriz de BC.

Demostraremos que esos triángulos son semejantes.

Out[237]=



Tomamos A=(0,a), D(-1,0), E(1,0), B(k-1,ak), C(k,a(1-k)), donde $k=\frac{AC}{AE}=\frac{BD}{AD}$.

En estas condiciones $P=\left(\frac{1}{2}\left(-1+a^2+2k-2a^2k\right),\ 0\right)$.

Comprobamos que $\frac{BC}{DE}=\frac{PD}{AD}=\frac{1}{2}\sqrt{1+a^2(1-2k)^2}$, de donde deducimos la semejanza anterior.

Otra posibilidad, más laboriosa, sería comprobar que los circuncírculos de ABC y PBC tienen el mismo radio.