Problema 871

Sea un triángulo ABC y (Γ) su círculo circunscrito.

Sea (γ) el círculo que pasa por A y es tangente en C a la recta BC.

Sea P un punto genérico de (γ).

La recta (AP) corta la recta (BC) en el punto D y el círculo (Γ) en el punto E.

La recta (BP) y la recta (CE) se cortan en el punto F.

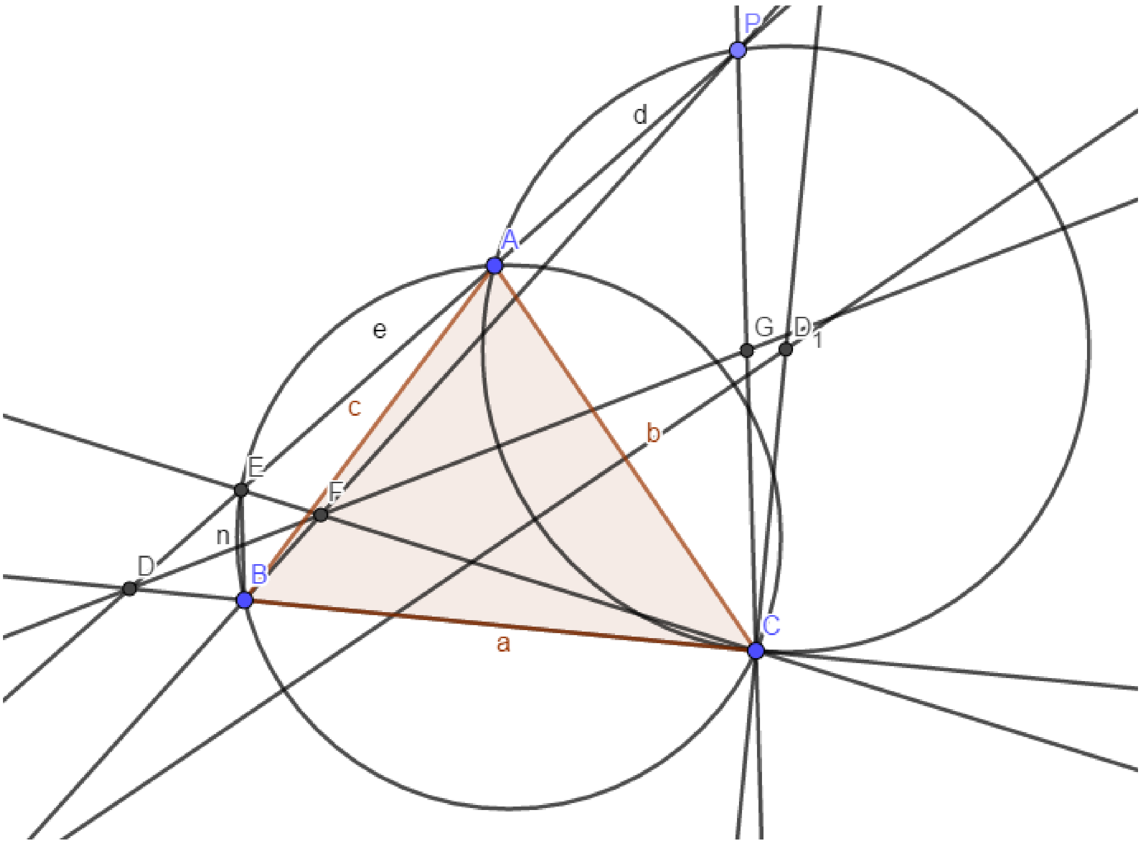
La recta (DF) y la recta (CP) se cortan en el punto G.

Determinar el lugar de G cuando P recorre todo el círculo (γ).

Fondanaiche, P. (2018): Comunicación personal.

Solución del director

Sean α, β, φ los ángulos de ABC. Construyamos los elementos geométricos pedidos.



Sea D_1 el centro de γ. Es $\angle AD_1C = 2\varphi$. Por lo que $\angle CPA = \varphi$

Por otra parte $\angle AEC = \beta$.

Así el triángulo CPE es semejante al ACB.

Y dado que $\angle BED = \alpha$, es $\angle DEB = \varphi$, con lo que tenemos que el cuadrilátero EBCP es un trapecio cuyas diagonales, CE y BP se cortan en F que pertenece a la recta que une a los puntos medios de las bases paralelas, EB y PC.

Así, G es el punto medio de CP, y el lugar pedido es la circunferencia de diámetro CD_1 .

Ricardo Barroso Cempos.

Jubilado.

Sevilla. España.