

Problema 873

Dado un triángulo rectángulo en A , ABC , consideremos un punto genérico P en la recta BC . Tracemos la circunferencia PA que corta a las rectas AB en U y a AC en V . Hallar el lugar geométrico del punto medio de UV cuando P recorre la recta BC .

Dado un triángulo rectángulo en A , ABC , consideremos un punto genérico P en la recta AB . Tracemos la circunferencia PC que corta a las rectas CB en U y a CA en V . Hallar el lugar geométrico del punto medio de UV cuando P recorre la recta AB .

Dado un triángulo rectángulo en A , ABC , consideremos un punto genérico P en la recta AC . Tracemos la circunferencia PB que corta a las rectas BC en U y a BA en V . Hallar el lugar geométrico del punto medio de UV cuando P recorre la recta AC .

Una circunferencia variable tiene su centro sobre la base BC de un triángulo isósceles ABC y contiene el punto A , cortando a los lados AB , AC en Q , R . Hallar el lugar geométrico del punto medio de QR . Altshiller-Court, N. (1952) College Geometry: A Second Course in Plane Geometry for Colleges and Normal Schools, 2nd ed., rev. enl. New York: Barnes and Noble, (p. 149)

Dado el triángulo $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(2,4)$, hallar los tres lugares geométricos análogos a los citados en los casos 1., 2. y 3.

Barroso, R. (2018): Comunicación personal de los casos 1., 2. 3, y 5., generalizando el caso d) de Altshiller-Court, N.

Solución de anónimo

Construct $B'C'$ so that BC is midline of $AB'C'$

Now B' - and C' - altitudes are the intersections of P -circle with the sides. This makes the Gauss line of the quadrilateral of sides and altitudes our locus.

The envelope of the circle with sides intersection line is a parabola with focus F located at the the foot of the A -altitude and directrix being the line thru the feet of B' and C' -altitudes.

The locus line M_1 - M_2 - M_3 is also tangent to parabola.

