
Pr. Cabri 876

■ Enunciado

Sobre los lados AB y AC de un triángulo ABC consideramos dos puntos variables M y N, respectivamente.

Las circunferencias de diámetros BN y CM se cortan en los puntos P y Q.

Demostrar que las rectas PQ pasan por un punto fijo, independiente de la elección de M y N.

Chiriac, L. Competitive Geometry. Princeton.

■ Solución de César Beade Franco

Este problema está tratado detalladamente en el libro de Coxeter y Greitzer "Retorno a la Geometría", pgs.36-39.

El siguiente argumento está tomado de allí.

I. Consideremos el triángulo ABC. Sea AD la altura desde A y P un punto cualquiera de BC. Toda circunferencia de diámetro AP pasa por D pues el ángulo ADP mide 90° .

II. Por tanto el haz de circunferencias coaxiales que pasan por A y D está formado por aquellas que tienen como diámetros las cevianas que pasan por A (y con la altura AD como eje radical).

III. El mismo argumento sirve para los otros vértices del triángulo. Es decir H es el centro radical de todas las circunferencias que tienen una ceviana como diámetro. Y el punto fijo que pide el problema.