

Problema 876.

3.- Problemas propuestos.

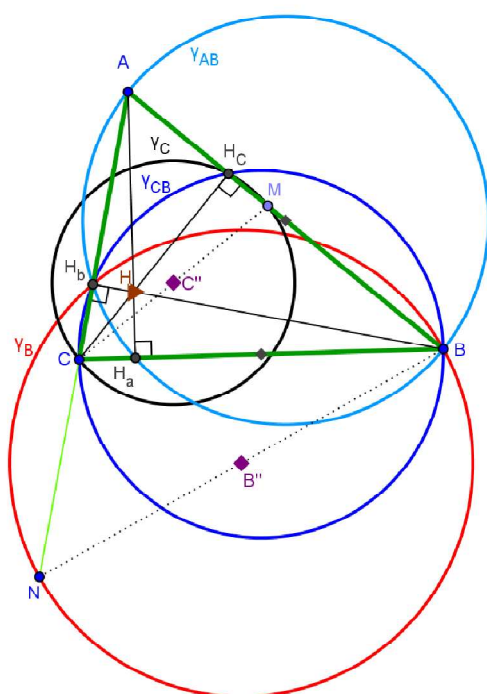
Problema 1. Sobre los lados AB y AC de un triángulo ABC consideramos dos puntos variables M y N respectivamente.

Las circunferencias de diámetros BN y CM se cortan en los puntos P y Q .

Mostrar que las rectas PQ pasan por un punto fijo, independientemente de la elección de M y N .

Chiriac, L. Competitive Geometry. Princenton.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



La recta PQ es el eje radical de las circunferencias. Vamos a ver cómo es esta recta en algunos casos particulares. Sean γ_B, γ_C dos circunferencias de diámetros BN y CM respectivamente. Es evidente que para cualquier $F \in AC$, γ_B pasa por el pie de la altura h_b y para cualquier $E \in AB$, γ_C pasa por el de la altura h_c . Las circunferencias con diámetros los lados del triángulo son casos particulares de este problema. Si es γ_{CB} la de diámetro CB , y γ_{AB} la de diámetro AB , éstas pasan ambas, por el pie de h_b . Por tanto h_b es el eje radical de γ_B y γ_{AB} ; h_c es el eje radical de γ_C y γ_{CB} .

A su vez el eje radical de γ_{AB} y γ_{CB} es la altura h_b .

Eje rad ($\gamma_B; \gamma_{AB}$) = h_b = Eje rad ($\gamma_{AB}; \gamma_{CB}$)

Eje radical ($\gamma_C; \gamma_{CB}$) = h_c .

En conclusión el ortocentro H es el centro radical de todas esas circunferencias por el que pasan todas las rectas PQ del problema. ■