

Problema 879

Problema 18.

En el triángulo ABC, como muestra la figura,

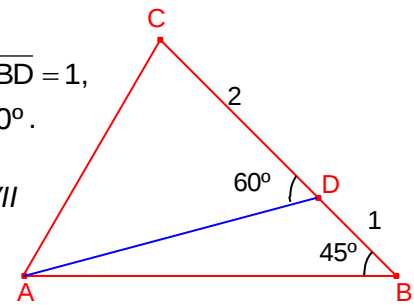
El punto D divide el lado $\overline{BC}$ en dos partes de longitudes $\overline{BD} = 1$,

$\overline{DC} = 2$, y se conocen los ángulos $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$.

Determinar la medida del ángulo $\angle ACB$.

Ledesma, A. (2005): *Áreas de juegos y juegos de áreas*. XVII

Open Matemático. Deportes y Matemáticas.



Solución Ricard Peiró i Estruch.

Sea $\overline{AE}$ altura del triángulo $\triangle ABC$.

Sea $\overline{CF}$ altura del triángulo $\triangle ABC$.

Sea $\overline{DE} = x$.

$$\overline{BF} = \overline{CF} = \frac{3}{2}\sqrt{2}.$$

$$\overline{AE} = x\sqrt{3}.$$

$$\overline{AE} = \overline{BE} = (1+x)\sqrt{2}.$$

$$x\sqrt{3} = (1+x)\sqrt{2}. \text{ Resolviendo la ecuación:}$$

$$x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}.$$

$$\overline{AB} = \overline{AE} \cdot \sqrt{2} = x\sqrt{6}.$$

$$\overline{AF} = \overline{AB} - \overline{BF} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{CF}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Entonces, $\angle ACF = 30^\circ$

$$\angle ACB = \angle FCB + \angle ACF = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$$

Entonces ángulo $\angle ACF = 30^\circ$.

