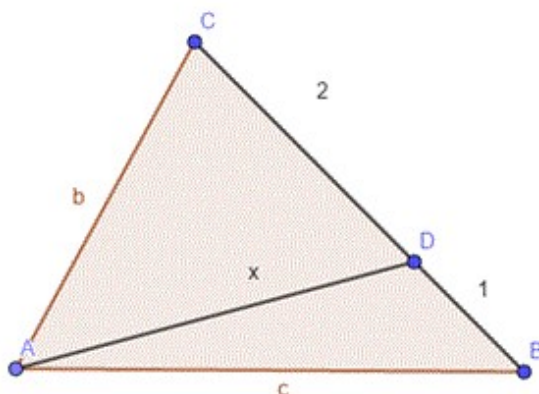


Problema 879

7ª Jornada.

Problema 18. En el triángulo ABC , como indica la figura, el punto D divide el lado BC en dos partes de longitudes $BD = 1, DC = 2$, y se conocen los ángulos $\angle ABC = 45^\circ, \angle ADC = 60^\circ$. Determina la medida del ángulo $\angle ACB$.

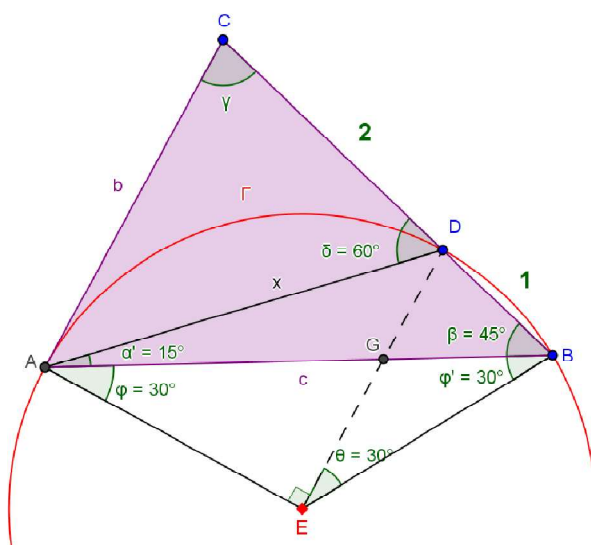


Ledesma, A. (2005): Áreas de juegos y juegos de áreas. XVII Open Matemático. Deportes y Matemáticas.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.

En el triángulo ADB sus ángulos son conocidos: $\alpha' = \angle DAB = 15^\circ, \beta = \angle ABD = 45^\circ$ y $\angle ADB = 120^\circ$.

Sea Γ la circunferencia de centro E circunscrita a este triángulo. El radio ED corta a AB en G . Tenemos varios triángulos isósceles: el AED , rectángulo en E ; el AEB ; el DEB y, como veremos ahora, el GEB . Del primero deducimos que $\angle BAE = \angle ABE = 30^\circ$. El ángulo central de $\triangle DEB$ mide el doble del ángulo inscrito $\angle DAB$, es decir, $\angle DEB = 30^\circ$ y por tanto también es isósceles el triángulo GBE , o sea, $GB = GE$.



En el triángulo rectángulo AEG , $GE = GB$, opuesto al ángulo de 30° , mide la mitad de la hipotenusa, $GE = GB = \frac{1}{2} AG$.

Por construcción $BD = \frac{1}{2} DC$ y, en consecuencia, los triángulos BDG y BCA son semejantes. Estando el primero determinado, obtenemos los ángulos del segundo: $\angle ACB = 75^\circ$ (que es lo que se pedía) y $\angle CAB = 60^\circ$. El radio DE es paralelo al lado AC . ■