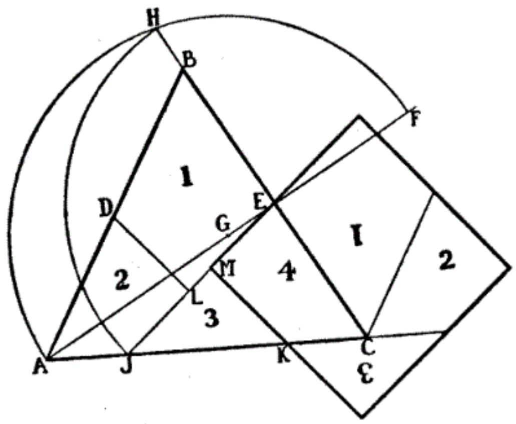
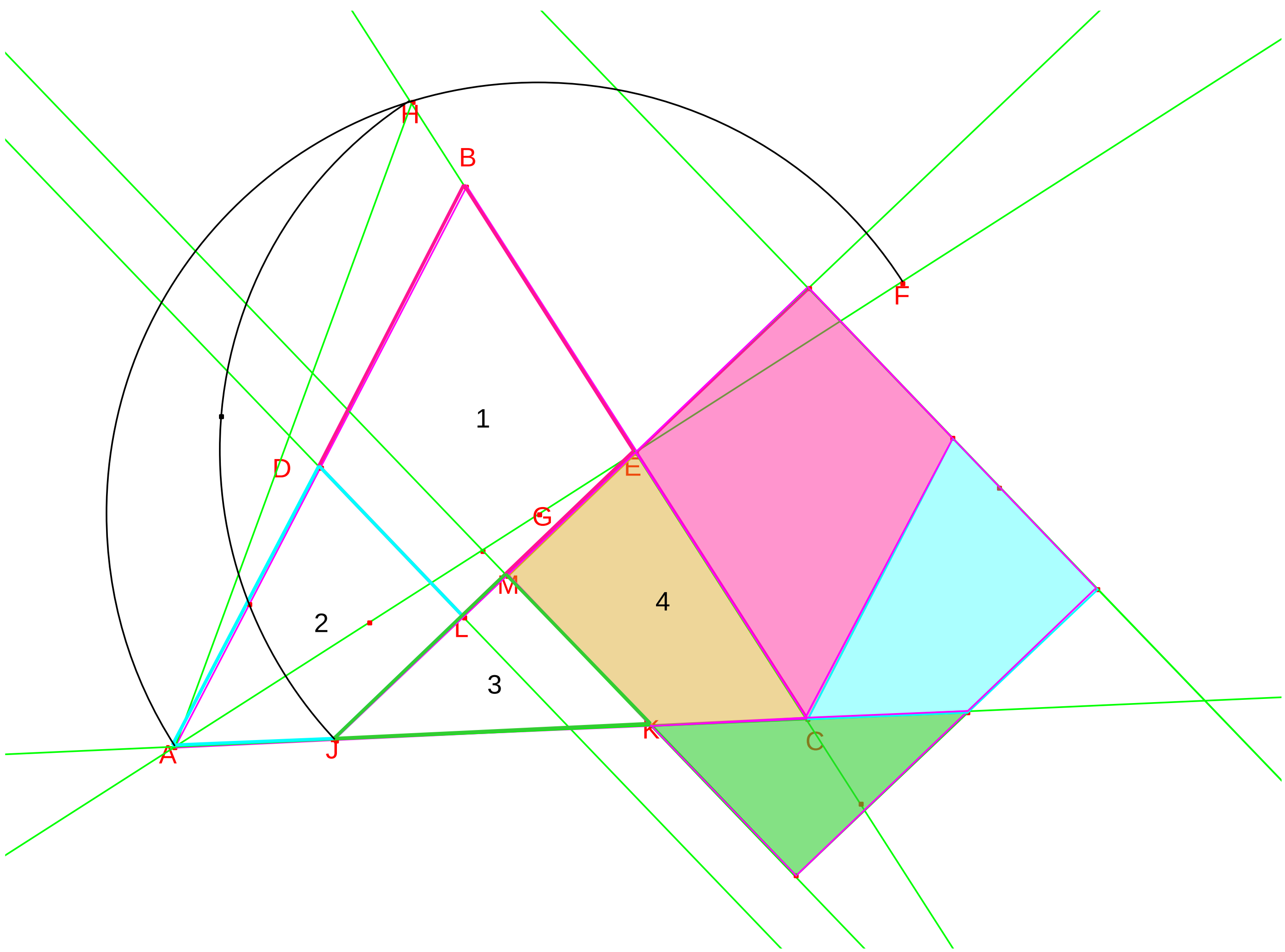
PROBLEMA 882

Por Inocencio Esquivel García

26.—*The Haberdasher's Puzzle.*



Si el lado del triángulo equilátero es 1, ¿Qué medidas tienen las cuatro piezas del puzle?



Tenemos inicialmente las siguientes medidas

$$AE = Altura\ del\ triangulo\ equilátero = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$EF = EB = JK = \frac{1}{2}$$

$$AF = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$Como\ G\ es\ punto\ medio\ de\ AF. \quad GF = AG = GH = \frac{\sqrt{3}+1}{4}$$

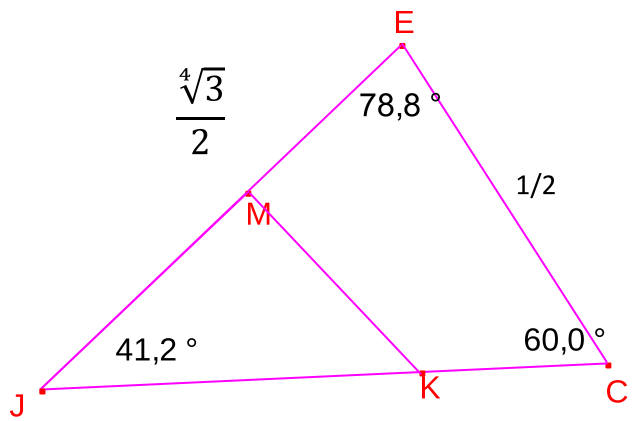
$$GE = AE - AG = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}+1}{4} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$$

$$El\ triángulo\ GEH\ es\ rectángulo, por\ pitágoras\ y\ simplificando \quad EH = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}$$

Por la construcción tenemos

$$EH = EJ = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}$$

Del triángulo



Por teorema del seno

$$Seno\ del\ ángulo\ EJC = \frac{\sqrt[4]{3}}{2} \quad y\ por\ tanto\ el\ ángulo\ mide\ 41.1503$$

$$El\ triángulo\ KMJ\ es\ rectángulo, con\ JK\ hipotenusa, por\ tanto$$

$$Seno\ del\ ángulo\ EJC = \frac{\sqrt[4]{3}}{2} = \frac{MK}{\frac{1}{2}} = 2MK \quad es\ decir\ que\ MK = \frac{\sqrt[4]{3}}{4}$$

$Y\ también\ podemos\ hallar\ JM, con\ el\ coseno\ del\ ángulo\ EJC, en\ el\ mismo\ tríangulo\ rectángulo$

$$Aplicando\ identidades\ tenemos\ que\ cosEJC = \frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{2}$$

$$Luego, JM = JKCosEJC = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{2}\right) = \frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{4}$$

Con esto, ya tenemos las medidas del triángulo (Parte 3) del puzle

$$\boldsymbol{MK = \frac{\sqrt[4]{3}}{4} \qquad JM = \frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{4} \qquad JK = \frac{1}{2}}$$

$$Como\ EJ = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}\ \ y\ \ JM = \frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{4}\ \ entonces\ EM = \frac{2\sqrt[4]{3}-\sqrt{4-\sqrt{3}}}{4} \cong 0.281$$

$El\ ángulo\ JEC\ tiene\ un\ valor\ de\ 78{,}849\ y\ aplicando\ nuevamente\ teorema\ del\ seno$

$$\frac{JC}{Sen\ E} = \frac{\frac{\sqrt[4]{3}}{2}}{Sen\ 60} = \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{3}}\ \ de\ donde\ JC \cong 0.74549$$

$Hallamos\ entonces\ el\ valor\ de\ KC = JC - JK = 0.2454$

Con esto tenemos las medidas de la parte 4 del puzle

$$\boldsymbol{MK = \frac{\sqrt[4]{3}}{4} \qquad EM = \frac{2\sqrt[4]{3}-\sqrt{4-\sqrt{3}}}{4} \qquad EC = \frac{1}{2} \qquad KC \cong 0.2454}$$

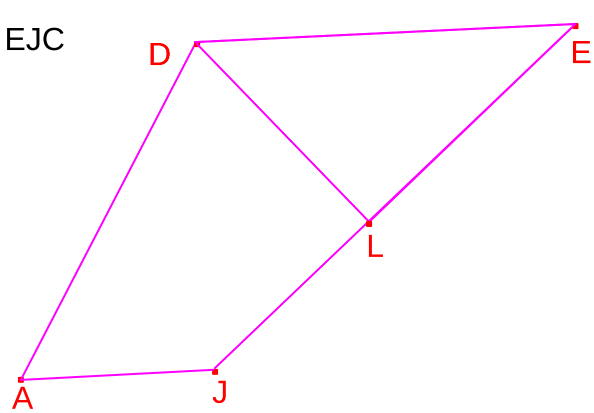
$Ahora, AJ = 1 - JC = 1 - \ 0.74549\ \cong 0.2541$

El ángulo DEL por alternos internos mide igual al ángulo EJC

El triángulo DLE es rectángulo con DE como hipotenusa

Luego

$$DL = DE\ sen\measuredangle DEL = \frac{1}{2}\frac{\sqrt[4]{3}}{2} = \frac{\sqrt[4]{3}}{4}$$



$$LE = DE \cos \measuredangle DEL = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{4}$$

$$De\ ahí, JL = JE - LE = \frac{\sqrt[4]{3}}{2} - \frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{4} = \frac{2\sqrt[4]{3} - \sqrt{4-\sqrt{3}}}{4} \cong 0.281$$

Con esto ya tenemos las medidas de la parte 2

$$AD = \frac{1}{2} \quad DL = \frac{\sqrt[4]{3}}{4} \quad LJ = 2\sqrt[4]{3} - \sqrt{4-\sqrt{3}} \quad AJ = 0.2541$$

Por último,

$$\boldsymbol{DB = \frac{1}{2} \quad BE = \frac{1}{2} \quad EL = \frac{\sqrt{4-\sqrt{3}}}{4} \quad LD = \frac{\sqrt[4]{3}}{4}}$$

Con lo que completamos las medidas de las cuatro piezas del puzle.