
Pr. Cabri 885

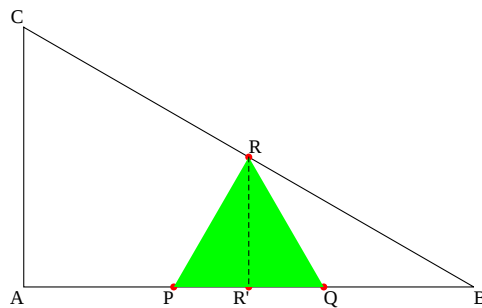
■ Enunciado

El triángulo ABC es rectángulo en A y R es el punto medio de la hipotenusa BC. Sobre el cateto mayor AB se marca el punto P tal que CP=BP y sobre el segmento BP se marca el punto Q tal que el triángulo PQR es equilátero. Si el área del triángulo ABC es 27, calcula el área del triángulo PQR.

■ Solución de César Beade Franco

■ Solución 1

Dado que P equidista de B y C está sobre la mediatriz de BC. Como el ángulo RPQ ha de valer 60° lo que implica que $\angle RPR' = \angle ABC = 30^\circ$, siendo R' la proyección de R sobre AB.

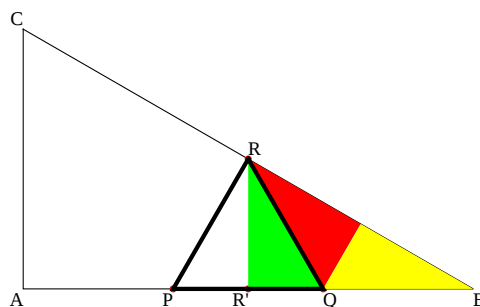


Por tanto los triángulos ABC y R'RP son semejantes. Tomando $AB=x$, tenemos que $AC = \frac{x}{\sqrt{3}}$ y $RR' = \frac{x}{2\sqrt{3}}$ las áreas de los triángulos ABC y RPR' (mitad del triángulo PQR) están en la proporción $\frac{AB^2}{(RR')^2} = 12$.

De donde deducimos que $(ABC) = 6(PQR) \Rightarrow (PQR) = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$.

■ Solución 2

El triángulo ABC se puede descomponer en 12 triángulos iguales al $RR'Q$ y el PQR en 2, de donde deducimos el resultado anterior.



Out[239]=