

Problema 886

Sean r_a , r_b , r_c los exinradios de un triángulo ABC. Probar que

$$(r_a - r)(r_b - r)(r_c - r) = 4r^2 R$$

Comunicación anónima (2018)

Solución de Luis Lopes

Usaré resultados conocidos:

$$r_a - r = a \tan(A/2)$$

$$abc = 4RS$$

$$p = S/r$$

$$r = p \tan(A/2) \tan(B/2) \tan(C/2)$$

$$(r_a - r)(r_b - r)(r_c - r) = abc \tan(A/2) \tan(B/2) \tan(C/2)$$

$$(r_a - r)(r_b - r)(r_c - r) = 4RS (r/p) = 4Rr^2$$