

Pr. Cabri 887

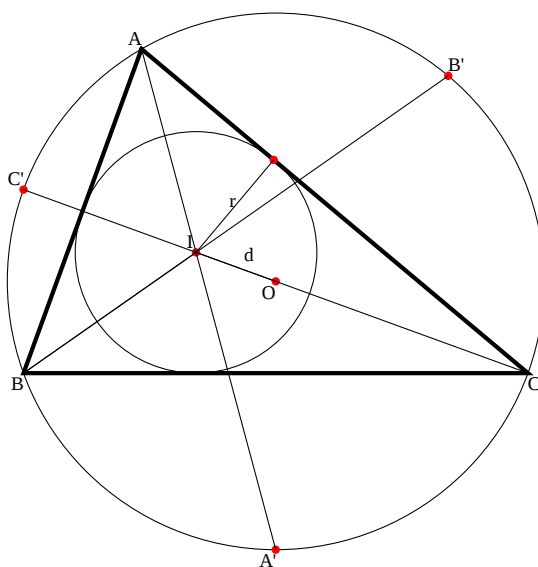
■ Enunciado

Sean los puntos A' , B' , C' de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC donde se intersecan las bisectrices interiores trazadas desde los vértices A , B , C respectivamente.

Se verifica entonces la relación $A'I \cdot B'I \cdot C'I = 2R^2r$.

Propuesto por Florentino Damián Aranda Ballesteros.

■ Solución de César Beade Franco



Sabemos que $R^2 - d^2 = 2Rr$, que es el valor absoluto de la potencia de I respecto al circuncírculo.

Así pues $AI \cdot A'I = BI \cdot B'I = CI \cdot C'I = 2Rr \Rightarrow AI \cdot A'I \cdot BI \cdot B'I \cdot CI \cdot C'I = 8R^3r^3$.

Como se demostró en el problema 884 que $AI \cdot BI \cdot CI = 4Rr^2$ deducimos

$$A'I \cdot B'I \cdot C'I = \frac{8R^3r^3}{4Rr^2} = 2R^2r$$