

Problema n° 887

Propuesto por Florentino Damián Aranda Ballesteros

Sean los puntos A' , B' , C' de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC donde se intersecan las bisectrices interiores trazadas desde los vértices A , B , C respectivamente. Se verifica entonces la relación $A'I \cdot B'I \cdot C'I = 2R^2r$.

Aranda, F. D. (2018) : Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche

D'après les résultats du problème n°884, on sait que $IA \cdot IB \cdot IC = 4Rr^2$

Soit O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .

D'après le [théorème d'Euler](#) on sait que $IO^2 = R(R - 2r)$.

Or $IA \cdot IA' = IB \cdot IB' = IC \cdot IC' = (R + IO) \cdot (R - IO) = R^2 - IO^2 = 2Rr$.

On en déduit : $A'I \cdot B'I \cdot C'I = (2Rr)^3 / (IA \cdot IB \cdot IC) = 2R^2r$.

C.q.f.d.