

Problema 893.-

El triángulo de la figura es rectángulo en A e isósceles. Los catetos miden 1 cm.

Una circunferencia de centro en un cateto es tangente a la hipotenusa y al cateto AC en A.

¿Cuánto mide el área sombreada?

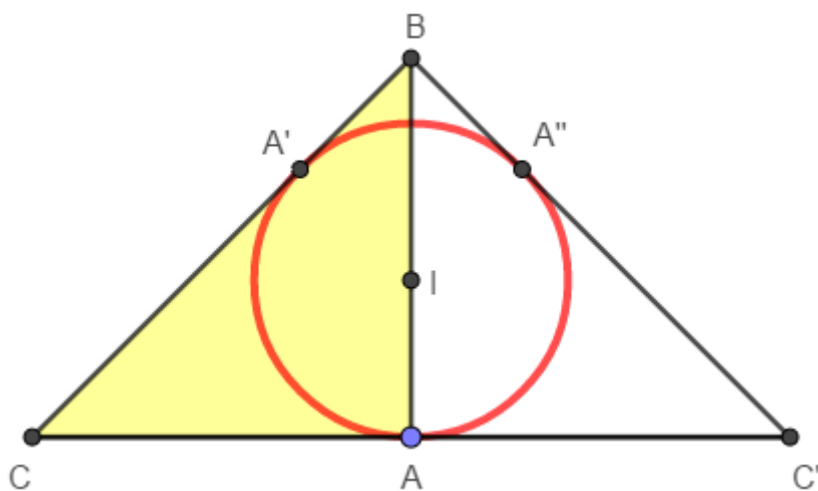
(Es decir, la determinada por la semicircunferencia interior al triángulo)

- A) $\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)\sqrt{2}\right) - 1,$
- B) $\frac{3\pi}{\sqrt{2}},$
- C) $\frac{1}{2}\pi(3 - 2\sqrt{2}),$
- D) $\frac{\pi}{2},$
- E) $2\pi - \sqrt{2},$

VII [Concurso de Otoño](#) de Matemáticas (2016) Prueba de 1º y 2º de Bachillerato (problema 19)

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, Córdoba (España).

A la vista de la configuración del triángulo rectángulo ABC, podemos considerar el simétrico respecto del lado AB y así se obtiene que la anterior circunferencia de centro en el cateto AB y tangente a la hipotenusa y al cateto AC en A, no es otra que la circunferencia inscrita en el triángulo CBC' , semejante al inicial ABC. Por tanto, para nuestro objetivo, sólo falta saber el valor del radio r de aquella circunferencia.



$$S[CBC'] = \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{2} = 1 \text{ cm}^2 \rightarrow S = p \cdot r = \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{2}) \cdot r \rightarrow r = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = (\sqrt{2} - 1) \text{ cm}.$$

Por tanto, el área del semicírculo será igual a:

$$T = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi(\sqrt{2} - 1)^2 = \frac{1}{2}\pi(3 - 2\sqrt{2})\text{cm}^2 \rightarrow \text{La opción correcta es la C.}$$