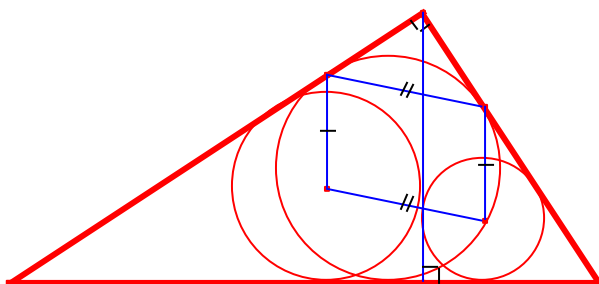


Problema 895



Akopyan, A. (2018): [Figure sans paroles](#)

Solución de Ricard Peiró:

Sea el triángulo rectángulo $\triangle ABC$, $A = 90^\circ$.

Sea $\overline{AH}$ altura del triángulo $\triangle ABC$.

Sea $\overline{AN} = \overline{AM} = r$ radio de la circunferencia inscrita al triángulo $\triangle ABC$.

$$r = \frac{b + c - a}{2}.$$

Sea $r_d = \overline{LF}$ radio de la circunferencia inscrita al triángulo rectángulo $\triangle AHC$.

$$r_d = \frac{\overline{AH} + \overline{CH} - b}{2}.$$

Sea $r_e = \overline{KE}$ radio de la circunferencia inscrita al triángulo rectángulo $\triangle AHB$.

$$r_e = \frac{\overline{AH} + \overline{BH} - c}{2}, \quad \overline{BE} = \frac{\overline{BH} + c - \overline{AH}}{2}.$$

$$\overline{EN} = c - (\overline{BE} + \overline{AN}) = c - \left(\frac{\overline{BH} + c - \overline{AH}}{2} + \frac{b + c - a}{2} \right) = \frac{\overline{AH} + a - \overline{BH} - b}{2} = \frac{\overline{AH} + \overline{CH} - b}{2} = \overline{LF}$$

Análogamente, $\overline{EK} = \overline{MF}$.

Entonces, los triángulos rectángulos $\triangle KEN$, $\triangle MFL$ son iguales.

Entonces, $\overline{NK} = \overline{ML}$.

$\overline{EN}$, $\overline{LF}$, y $\overline{EK}$, $\overline{MF}$ son paralelos. Entonces, $\overline{NK}$, $\overline{ML}$ son paralelos.

Entonces, $KLMN$ es un paralelogramo.

Nota 1: $\overline{NK}$, $\overline{ML}$ son perpendiculares a la hipotenusa $\overline{BC}$.

$$\text{Nota 2: } \overline{MN} = \overline{KL} = \frac{b + c - a}{2} \sqrt{2}.$$

$$\text{Nota 3: } \angle MNK = \angle MLK = 45^\circ + B.$$

