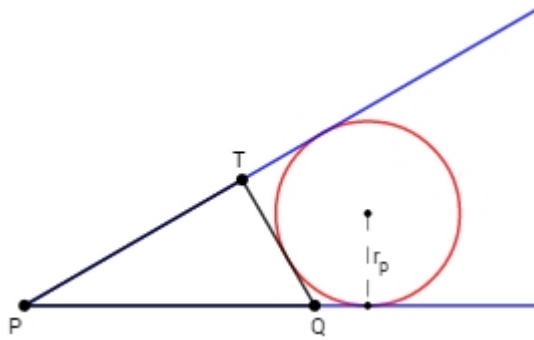


TRIÁNGULOS CABRI

Problema 896. (Hernández, J. (2016), Club de Problemas) En el triángulo de la figura, $t = PQ = 10$, $p = QT = 5$ y $\angle PQT = \frac{\pi}{3}$:



Calcular el radio r_p de la circunferencia.

Solución:

Utilizando el Teorema del Coseno, resulta que:

$$q^2 = p^2 + t^2 - 2pt \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 25 + 100 - 50 = 75 \Rightarrow q = 5\sqrt{3}$$

por lo que, si S es el doble del área del triángulo PQT , aplicando la Fórmula de Herón, se verifica que:

$$S = \frac{\sqrt{(15 + 5\sqrt{3})(-5 + 5\sqrt{3})(5 + 5\sqrt{3})(15 - 5\sqrt{3})}}{2} = 25\sqrt{3}$$

y, como la circunferencia considerada es la circunferencia exinscrita correspondiente al vértice P del triángulo PQT , entonces:

$$r_p = \frac{S}{-p + q + t} = \frac{25\sqrt{3}}{5 + 5\sqrt{3}} = \frac{15 - 5\sqrt{3}}{2} \approx 3.169872981...$$