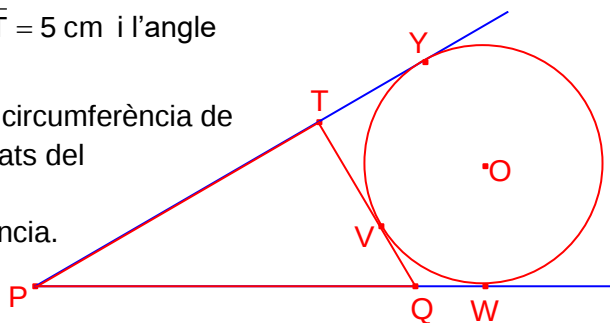


Problema 896

En el triangle $\triangle PQT$ de la figura, $\overline{PQ} = 10$ cm, $\overline{QT} = 5$ cm i l'angle $\angle QT = 60^\circ$.

Els punts Y, W i V són punts de tangència de la circumferència de centre O amb les rectes que determinen els costats del triangle.

Calculeu en centímetres, el radi de la circumferència.



Solució:

$$\frac{\overline{QT}}{\overline{PQ}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}, \quad \angle Q = 60^\circ. \text{ Aleshores, } \angle T = 90^\circ.$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle PQT$:

$$\overline{PT} = 5\sqrt{3}.$$

$$\overline{PW} = \frac{p+q+t}{2}.$$

$$\overline{QW} = \frac{p+q-t}{2} = \frac{5+5\sqrt{3}-10}{2} = \frac{-5+5\sqrt{3}}{2}.$$

$$\angle OQW = \frac{1}{2} \angle TQW = 60^\circ.$$

Els triangles rectangles $\triangle PTQ$, $\triangle OWQ$ són semblants. Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{\overline{OW}}{\overline{PT}} = \frac{\overline{QW}}{\overline{TQ}}.$$

$$\overline{OW} = \frac{-5+5\sqrt{3}}{2} \cdot 5\sqrt{3} = \frac{15-5\sqrt{3}}{2} \approx 3.17 \text{ cm}.$$