
Pr. Cabri 899a

Enunciado

Si A es el área del círculo inscrito en un triángulo, y A1,A2 A3 las áreas de los círculos exinscritos, demostrar que

$$1/\sqrt{A} = (1/\sqrt{A_1}) + (1/\sqrt{A_2}) + (1/\sqrt{A_3})$$

American Mathematical Monthly (1894). Vol 1 Num 1. (pág 23)

Solución

de César Beade Franco

Sabemos que $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_C}$. Como $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$ y fórmulas análogas para los otros radios, sustituyendo

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{A}{\pi}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{A_1}{\pi}}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{A_2}{\pi}}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{A_3}{\pi}}} \text{ de donde se deduce la relación del problema.}$$