Quincena del 1 al 14 de Febrero de 2019

***Problema* 902.**

Dado un triángulo escaleno ABC, Tomemos un punto M sobre la recta BC, distinto del punto medio de BC y de los vértices B y C.

Construir seis triángulos que

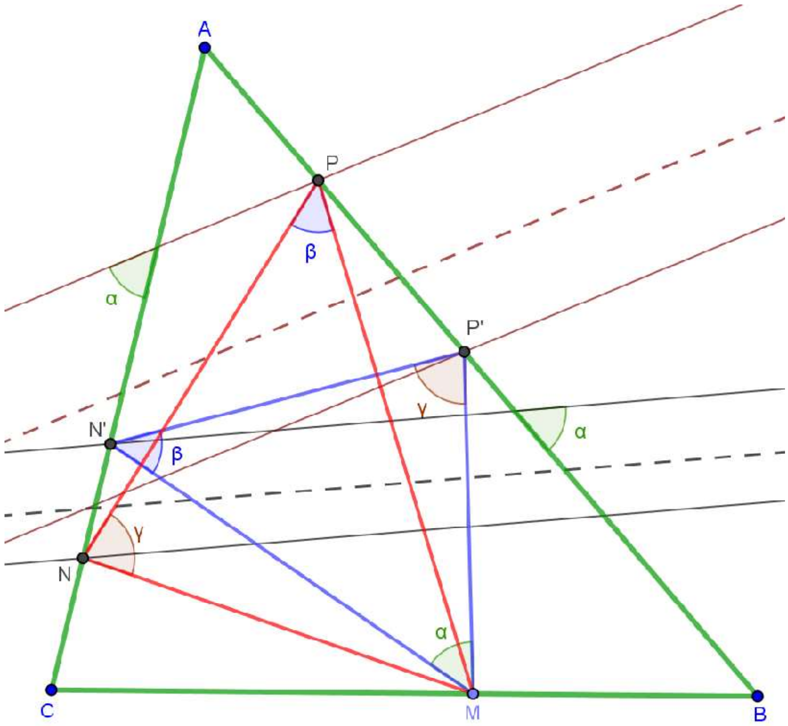
1) Tengan M como uno de sus vértices

2) Que sean semejantes a $ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA$.

3) Que los otros dos vértices de cada uno de ellos estén situados en las rectas AB y AC.

Barroso, R. (2019). Propuesta a partir de un problema de Lewis Carroll.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Supongamos que el triángulo MPN, inscrito en ABC, es semejante a él. Para hacer que el vértice P coincida con N tenemos que someterlo en primer lugar a un giro de centro M y amplitud $+\alpha$. Como los segmentos MN y MP no son congruentes, para concluir debo realizar una homotecia de razón $\frac{MN}{MP} = \frac{b}{c}$ e igual centro.

No conocemos la posición de estos puntos P y N, pero sabemos que están sobre las rectas AB y AC respectivamente, por eso, aplicando esas transformaciones a la recta AB obtendremos otra recta que interseca a AC en el vértice N buscado.

Si ahora se trata del triángulo $MN'P'$ el que es semejante a ABC, para superponer P' con N' procedemos como antes. La diferencia ahora es que $\frac{MN'}{MP'} = \frac{c}{b}$ y por ello la razón de la homotecia a aplicar es la inversa de la anterior.

Situados dos vértices del triángulo, para completar la construcción se puede construir en M y en N (o N') el ángulo correspondiente. También se puede proceder a construir P siguiendo el mismo método usado para N. La transformada de AC con un giro de ángulo $-\alpha$ seguido de

una homotecia de razón $\frac{MP}{MN} = \frac{c}{b}$ corta a la recta AB en P. Y análogamente P', pero con la homotecia de razón $\frac{MP'}{MN'} = \frac{b}{c}$.
Si en el vértice M se sitúa el ángulo β, siguiendo el método expuesto, construiremos los dos triángulos inscritos semejantes a BAC y a BCA respectivamente. E igualmente poniendo el ángulo γ en M y así se obtienen los otros cuatro triángulos pedidos como muestran las figuras.