<u>Problema 903.-</u>

a) Sea ABC un triángulo y sean D y E dos puntos de los segmentos CA y BA respectivamente. Las rectas BD y CE se cortan en I ¿Pueden tener la misma área los triángulos BIE, BIC y CID?

b) En un triángulo ABC la mediatriz del lado AC corta al segmento AC en M y al segmento AB en T.

¿cuál es la condición para que el triángulo AMT tenga de área la cuarta parte del triángulo ABC?

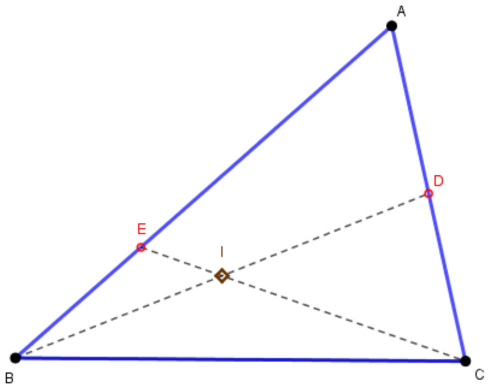
Con la misma condición de áreas estudiar el caso en que la mediatriz corta a la recta AB fuera del segmento AB. Dar una construcción de tal ejemplo.

Perrin, D. (2005): Mathématiques d'école, nombre, mesures et géométrie. Cassini. (p. 242) (710)

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, Córdoba (España).

Solución_a

Supongamos que el triángulo ABC verificase la condición dada en el enunciado. Es decir, las áreas de los triángulos $\Delta BIE, \Delta BIC\ y\ \Delta CID$ son iguales.



Entonces, se verificaría que

$[\Delta BDC] = 2[\Delta BIC] \rightarrow$ I debería ser el punto medio de BD.

Del mismo modo, se verificaría que

$[\Delta BEC] = 2[\Delta BIC] \rightarrow$ I debería ser el punto medio de BE.

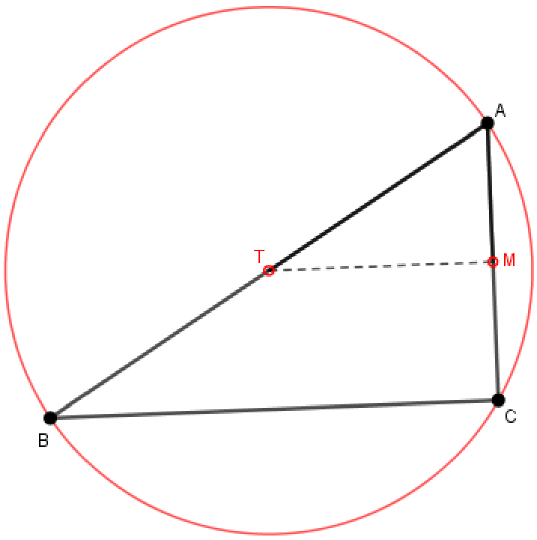
En definitiva, $\Delta EID \sim \Delta CIB\ (congruentes) \rightarrow BEDC: paralelogramo$!!

Por tanto, no puede existir tal triángulo con esa propiedad.

Solución_b_1

En el supuesto que el triángulo AMT tenga de área la cuarta parte del triángulo ABC se infiere que T ha de ser el punto medio del lado AB.

Por tanto, el triángulo ABC sería rectángulo de catetos AC y BC.



Solución_b_2

Con la misma condición de áreas, supongamos ahora que la mediatriz del lado AC cortase a la recta AB fuera del segmento AB. Entonces debería pasar que $2 \cdot MT = h_b$. Para que ello ocurra, podemos realizar la siguiente construcción.