
Pr. Cabri 906

Enunciado

Se considera un triángulo cuyos lados son los lados de un pentágono, hexágono y decágono regulares inscritos en circunferencias de radio unidad. Demostrar que dicho triángulo es rectángulo.

Manzano, J. M. (2019): Olimpiadas de Matemáticas. Página de preparación y problemas.

Solución

por César Beade Franco

Sean l_5 , l_6 y l_{10} los lados respectivos de estos polígonos.

Calculamos sus valores que resultan ser $l_5 = 2\text{Sen}\left(\frac{\pi}{5}\right) = 2\sqrt{\frac{5}{8} - \frac{\sqrt{5}}{8}}$, $l_6 = 1$ y $l_{10} =$

$$2\text{Sen}\left(\frac{\pi}{10}\right) = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5}).$$

Nos bastaría comprobar que $l_5^2 - l_{10}^2 = l_6^2 = 1$.

$$\left(2\sqrt{\frac{5}{8} - \frac{\sqrt{5}}{8}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{5})\right)^2 = \left(\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) - \left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) = 1.$$